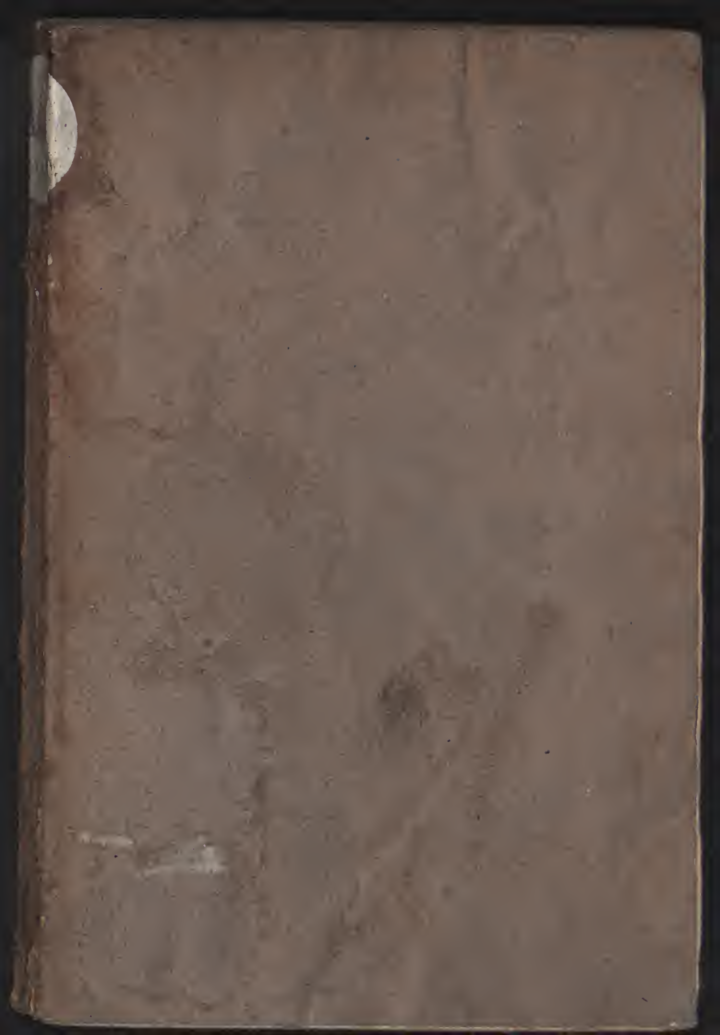


L'équation pag. 130 et pag. 134

$$y^3\sqrt{3} - 22xy^2 + 432x^3 = 0$$

supposant le rayon $x = 1$

$m = \frac{22}{\sqrt{3}} = 12,70170\ 59221\ 71767$

$p = \frac{432}{\sqrt{3}} = 24,\ 41531\ 61899\ 18331$

Donnant $y^3 - my^2 + p = 0$

$y > 6,1879$, et $< 6,188$

et le rapport du diametre à la peripherie :: $1 : 3,09396 + d$
ou $1 : 3,09397 - d$

vrai rapport	3,14159
rapport di	3,09397
erreur	0,04762



Pour
a MM. de l'academie des sciences
de Turin

ESSAI

PHYSICO-GÉOMÉTRIQUE.

ESSAI
PHYSICO-GÉOMÉTRIQUE,

CONTENANT:

1°. La détermination du Centre de Gravité *d'un Secteur de Cercle* quelconque.

2°. La Résolution Géométrique du Problême de la *Quadrature définie du Cercle*, déjà approuvée par plusieurs Géomètres de diverses Nations.

Exposé à la Censure du Public, & nominativement à celle des Physiciens - Géomètres, Professants dans les Universités, Colléges & Académies, lesquels sont priés & invités de le réfuter, & d'en rendre la réponse par les Journeaux Littéraires.

Avec une Lettre d'Invitation particuliere à M. d'Alembert, pour le *réfuter aussi*, s'il y a lieu.

DÉDIÉ

A SA SAINTETÉ ET AUX MONARQUES.

Par M. le Rohberg-Herr de Vausenville, Astronome, Correspondant de l'Academie Royale des Sciences de Paris, Historiographe de la ville Vire, &c.

Virtus omni obice major.



A PARIS,

Chez
- Merigot l'aîné, Libraire, quai des Augustins, à la descente du Pont-Neuf.
- D'Houry, Imprimeur-Libraire de Monseigneur le Duc *d'Orléans*, rue de la vieille Boucleric.
- Esprit, au Palais-Royal, Libraire de Monseigneur le Duc de *Chartres*.

M. DCC. LXXVIII.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

N O T A.

On prévient le Lecteur, que chaque Exemplaire de cet Écrit, est signé de la propre main de l'Auteur. Par-là, on les distinguera.

de Vauxeuville



EPITRE

AUX MONARQUES

DE FRANCE, D'EUROPE ET DE LA TERRE.

SIRES,

VOS MAJESTÉS sont les images de la Divinité en terre : c'est à vos soins généreux que l'Être suprême a commis le gouvernement du Genre humain, pour accomplir ses divins décrets, & encore pour faire éclater à sa gloire, les merveilles que sa Toute-puissance a bien voulu créer dans la nature, pour le bonheur & la félicité de la race des hommes.

Le Ciel, dans mon partage, m'a fait la grace, SIRES, de m'accorder certaine

mesure d'intelligence, que je crois avoir mis à profit dans la découverte de plusieurs choses difficiles; notamment dans les deux mentionnées dans cet écrit, utiles au Genre humain, & importantes à la Physique: Elles ont résisté à l'adresse & à la sagacité de tous les grands Hommes, tant anciens que modernes.

Permettez, SIRES, de vous en faire hommage: c'est un présent de l'Être suprême, qui a bien voulu se servir de ma voix, comme d'un organe disposé par sa sainte volonté, pour les révéler à l'Univers. C'est dans les mains sacrées de VOS MAJESTÉS, que je les dépose, pour en illustrer & accroître, s'il se peut, les connoissances intellectuelles, & afin d'en faire part au Genre humain: elles peuvent servir à de grands desseins. Ce sont les étrennes que j'ai l'avantage de présenter au commencement de cette année 1778.

Ces résolutions, SIRES, sont d'autant plus intéressantes, qu'elles donnent prise

ſur les courbes & ſur le cercle, choſes qui ont été juſqu'ici des myſtères de la nature : c'eſt le fruit de la raiſon & de l'intelligence Géométrique, qui eſt ſoumis à la cenſure la plus rigoureuſe de nos Contemporains & de la poſtérité, également qu'à celle des Univerſités, Colléges, Accadémies, & des Savants les plus éclairés de toutes les Nations. Ils ſont nominativement invités à les réfuter, pour en rendre la réponſe par les Journaux littéraires, afin d'aſſurer les droits de la raiſon ſur le ſort de ces productions.

La grace que j'eſpere, SIRES, *de* VOS MAJESTÉS, *en faveur de l'Humanité, eſt de vouloir bien recevoir ces Enfans de lumières, ſous l'égide de vos auguſtes Protections, afin de les faire examiner ſcrupuleuſement, & par là, les mettre à couvert des injuſtices & fomentations que produiſent la rivalité, l'envie, la jalouſie & l'intérêt toujours prêts à s'élever, pour éteindre les connoiſſances intellectuelles. Les Nations beniront les*

mains bienfaisantes, qui veillent en même tems à leur conservation, & à les éclairer sur des choses par eux si long-tems desirées.

Quant à moi, Sires, *trop flaté d'être l'instrument dont la Toute puissance à bien voulu se servir en cette occasion, je ne desire que la paix, & d'être à couvert des traits de la jalousie & de l'injustice; c'est le premier fruit qu'un Auteur peut goûter. D'ailleurs je me croirai trop récompensé, si je puis par mon travail, mériter l'estime des Puissances & du Genre humain, & en même tems obtenir la permission de me dire avec le plus profond respect:*

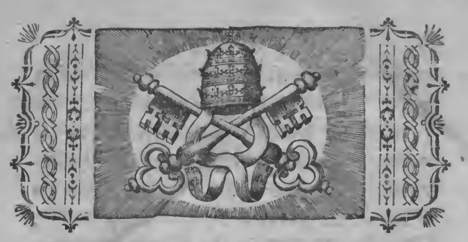
Sires,

De Vos Majestés,

Le très-humble, très-fidele sujet & très-soumis serviteur,

LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE =o.

Paris, ce premier Janvier 1778.



ÉPITRE

A NOTRE TRÈS-SAINT PERE

Le Pape PIE VI.

(Jean - Ange Braſchi).

TRÈS-SAINT PERE,

L'EXCELLENCE des vertus de V. S. vos ſublimes connoiſſances, & la bonté de votre cœur, que la renommée publient, ont droit d'intéreſſer ceux que la divine Providence a confiés à vos ſoins, pour le ſalut de leurs ames, comme au Pere commun des enfans du Dieu des miſéricordes; c'eſt un bonheur ineſtimable que celui d'être né dans une claſſe ſi méritoire; auſſi le Ciel, par une bonté infinie, m'a-t-il fait la grace de ſe manifeſter en ma faveur,

en ſe ſervant de ma voix comme d'un organe diſpoſé par ſa ſainte volonté, pour révéler à l'Univers des myſtères de la nature, qui juſqu'ici, ont paru impénétrables aux yeux des Humains. Combien d'actions de graces n'ai-je pas à lui rendre, d'avoir aſſez éclairé mon entendement, pour opérer une ſi grande merveille. C'eſt dans vos mains ſacrées T. S. P. que j'oſe remettre ces enfants engendrés par le Pere de la raiſon & des lumières céleſtes, pour en faire part au Peuple Chrétien. Ils ſont nés ſous les auſpices de Minerve, mais ils ſont encore tendres: ils ſont forts, ils ſont foibles; c'eſt pourquoi ils ont beſoin d'appui pour ſoutenir leur jeuneſſe, contre l'effort des Titans, afin de pouvoir ſe montrer dignement & ſe publier avec gloire. Ils eſperent le trouver dans celui que le Ciel a commis pour être le dépoſitaire des ſublimes décrets de ſa divine bonté; dans celui qui tient en main le lien des deux natures, pour le bonheur des Hommes, & pour la communication

des saveurs célestes. Ce sont les fils de l'Être Suprême, qui semblent avoir droit à la protection de son Vicaire, & ils la réclament. Depuis près de trente siècles qu'ils sont desirés, les esprits les plus éclairés ont brûlé du desir sincere de les voir paroître, & ont fait de vains efforts pour les enfanter, notamment le célèbre Cardinal Cusa. Les voilà venus, ils demandent à être vus & examinés pour être accueillis, & sous vos auspices favorables, T. S. P. ils ne peuvent manquer de l'être, & d'arriver à bon port. En même tems ils feront éclater en faveur des Chrétiens, cet amour de prédilection qu'ils ont tant de fois éprouvés d'une manière si particulière. Ce sera pour eux une nouvelle consolation, qui les affermira dans la foi, en bénissant la main bienfaisante qui prend soin de les éclairer en les faisant participer aux dons du Ciel, & qui s'occupe sans cesse des merveilles de Dieu, pour sa plus grande gloire. Ce sera dans l'Histoire des Souverains Pontifes; une époque mémorable.

Quant à moi T. S. P. trop flatté d'être l'instrument dont le Très-Haut a bien voulu se servir en cette occasion, il ne me reste rien à desirer, sinon que ces Enfants de lumières soient mis à l'abri de la persécution des Anges de ténèbres, toujours prêts à s'opposer aux desseins de la Divine Providence, & à me procurer l'estime du plus grand des Pontifes : Je dois l'espérer, non-seulement par mon respectueux attachement à la foi catholique & à sa Personne sacrée que je révere, mais encore par une soumission entiere à ses saintes décisions. C'est dans ces sentimens que j'ose me dire :

TRÈS-ST. PERE,

De votre Sainteté,

Le très-humble, très-fidele & très-soumis serviteur,

LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE =o.

APPROBATION DU CENSEUR.

J'AI lu, par ordre de Monseigneur le Garde des Sceaux, un Manuscrit qui a pour titre : *Essai Physico-Géométrique*, & je n'y ai rien trouvé qui puisse en empêcher l'impression, sans pourtant garantir en aucune maniere les Principes de l'Auteur. Fait à Paris, ce 2 Juin 1777. MAUDUIT.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amés & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maître des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra. SALUT : Notre amé, le sieur ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, Nous a fait exposer qu'il desireroit faire imprimer & donner au Public un Ouvrage intitulé : *Essai Physico-Géométrique, tant en François qu'en Latin*. S'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege à ce necessaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Exposant, Nous lui avons permis & permettons de faire imprimer ledit ouvrage autant de fois que bon lui semblera, & de le faire vendre, & débiter par tout notre Royaume. Voulons qu'il jouisse de l'effet du présent Privilege, pour lui & ses Hoirs à perpétuité, pourvu qu'il ne le rétrocede à personne ; & si cependant il jugeoit à propos d'en faire une cession, l'Acte qui la contiendra, sera enregistré en la Chambre Syndicale de Paris, à peine de nullité, tant du Privilège que de la Cession, & alors par l'effet seul de la Cession enregistrée, la durée du présent Privilège sera réduite à celle de la vie de l'Exposant ou à celle de dix années, à compter de ce jour, si l'Exposant décéde avant l'expiration desdites dix années ; le tout conformément aux Articles IV

& V de l'Arrêt du Conſeil du 30 Août 1777, portant Réglement ſur la durée des Priviléges, en Librairie. Faiſons défenſes à tous Imprimeurs, Libraires & autres perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere, dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi d'imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ſous quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit expoſant, ou de celui qui le repréſentera, à peine de ſaiſie & de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de 6000 liv. d'amende, qui ne pourra être moderée pour la premiere fois, de pareille amende & de déchéance d'état, en cas de récidives, & tous dépens dommages & intérêt; conformément à l'Arrêt du Conſeil du 30 Août 1777, concernant les Contrefaçons. A la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelle; que l'impreſſion dudit Ouvrage ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en beau papier & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, à peine de déchéance du préſent Privilége; qu'avant de l'expoſer en vente, le manuſcrit qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Ouvrage, ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le ſieur HUE DE MIROMENIL; qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier, Chancelier de France, le ſieur DE MAUPEOU, & un dans celle dudit ſieur HUE DE MIROMENIL, le tout à peine de nullité des préſentes: du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant, & ſes Hoirs, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement: voulons que la copie des Préſentes, qui ſera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos Amés & féaux Conſeillers Secrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis,

de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Chartre Normande, & lettres à ce contraires : CAR tel est notre plaisir. Donné à Paris, le quatorzieme jour de Janvier, l'an de grace mil sept cent soixante-dix-huit, & de notre regne, le cinquieme.

Par le Roi en son Conseil. LE BEGUE.

Regiſtré ſur le regiſtre XX de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 1076, fol. 458, conformément au Réglement de 1723, qui fait défenſes, article IV, à toutes perſonnes de quelques qualités & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter, faire afficher aucuns livres pour les vendre en leurs noms, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir à la ſuſdite Chambre huit exemplaires, preſcrits par l'art. CVIII du même Réglement. A Paris, ce 17 Janvier 1778. Signé, A.M. LOTTIN *l'aîné, Syndic.*

N O T A.

On trouvera à la Page 27 & suivantes, les *Approbations* qui ont été données en faveur de ces Résolutions.

Et aux Pages 47, 48 & 49. Les *noms* des Savants, ainsi que des Corps & Compagnies, qui sont invités à les *réfuter*, s'il y a lieu.



ERRATA.

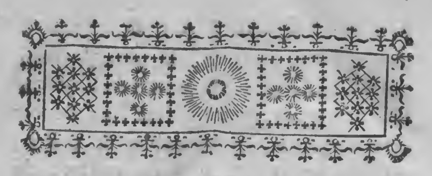
Fautes essentielles à corriger avant de lire.

PAGE 36, lig. premiere, au lieu de $\frac{x}{}$, lisez $\frac{x}{n}$.

Pag. 102, à la valeur de CN, Suppléez au dénominateur de l'expression littérale, le signe — avant x^2y^2, & lisez $-x^2y^2$.

Pag. 131, lig. 20, au lieu de Z, mettez z, & lisez $CN = z = \frac{18x^2y - xy^2\sqrt{3}}{108x^2 - y^2}$.

A l'égard des autres fautes, le Lecteur voudra bien y suppléer de lui-même.



PRÉFACE.

L'IMPORTANCE de la matière, la ſublimité du ſujet, & la foibleſſe de l'intelligence humaine, ſeroient des obſtacles capables d'effrayer le génie le plus intrépide, & le faire renoncer au deſir de ſatisfaire une paſſion ardente pour la vérité, qui remplit tous les cœurs de ceux qui ſemblent deſtinés par une main bienfaiſante, à ſeconder les vues de la nature, &, pour ainſi dire, coopérer avec elle en faveur de l'humanité, pour laquelle cette même nature ſemble s'épuiſer, afin de nous conduire dans les plus ſûrs ſentiers de l'auguſte vérité.

Ces obſtacles, quels qu'ils ſoient, ne m'empêcheront pas d'offrir à mes Con-

temporains, ainſi qu'à la plus glorieuſe poſtérité, deux découvertes Phyſico-Géométriques, que j'eſtime leur devoir être d'autant plus agréables & utiles, qu'elles ont exigé plus de veilles, de peines, & de fatigues, pour parvenir à les développer.

Ce ſont des édifices pour leſquels j'ai non-ſeulement jetté les premiers fondements, mais encore je crois les avoir élevés avec ſolidité & montés à leur ſuprême degré de perfection. Le Lecteur auſſi judicieux qu'éclairé pourra s'en convaincre par les raiſonnements fondés en principes, que j'ai établis & que je lui préſente aujourd'hui comme autant d'acceſſoires de ces découvertes ultérieures, à la recherche deſquelles les plus illuſtres Savants ſe ſont intéreſſés & s'intéreſſent encore.

Je crois non-ſeulement en avoir démontré d'avance la poſſibilité phyſique, mais encore avoir conſtaté la choſe par le fait, dans toute la rigueur géo-

métrique; c'eſt pourquoi je me flate de l'avantageuſe eſpérance que j'obtiendrai pour prix de mon travail & des veilles que j'ai ſacrifiés, une approbation authentique de tous ceux qui ſont à portée de ſonder la profondeur de l'eſprit géométrique : ce ſera un acheminement & un encouragement pour diſpoſer de nouveaux ſujets à cultiver les ſciences ùtiles à leurs Contemporains, comme à ceux d'une poſtérité toujours renaiſſante, laquelle doit ſuccéder, ſinon à nos défauts, du moins à nos plus éminentes vertus.

Je ne pourrai être ſatisfait de mes productions, que lorſque les célèbres Compagnies connues ſous le nom d'Académies; ces illuſtres Corps établis ſous celui d'Univerſités, pour le ſoutien & la propagation des lumières intellectuelles de notre entendement dans les Sciences phyſiques, auront bien voulu prononcer avec connoiſſance de cauſe, ſur le mérite ſcientifique de mes réſolutions, afin

d'en conſtater la validité ; & en cas de non ſuccès, les réfuter par tous les moyens lumineux qui peuvent guider la raiſon & concourir à faire tomber le bandeau de l'illuſion, en démaſquant l'erreur, s'il y en a : c'eſt une grace que je les ſupplie de vouloir bien m'accorder.

Le Lecteur trouvera un moyen ſûr de juger de mes opérations, ſoit par les principes que j'avance, ſoit par les conſéquences que j'en tire. J'ai déjà propoſé & publié mes moyens, comme devant ſervir de préliminaires à la réſolution du problême de la quadrature ſi ſouvent entrepriſe & ſi ſouvent abandonnée par les Savants anciens & modernes des claſſes les plus éminentes. Je ne doute pas qu'ils ne me ſurpaſſent de beaucoup en doctrine, génie, & dextérité ; mais auſſi il ſe peut faire qu'excédés de fatigue, dans la carrière des Sciences abſtraites, ils ayent trop-tôt abandonné cette matière, pour me laiſſer

la gloire d'y exercer ma capacité, afin de franchir des eſpaces dont la vaſte étendue les a ſinon intimidés, au moins fait rétrograder, avec la perſuaſion intime de croire impoſſible des choſes auxquelles il me ſemble avoir donné la plus authentique évidence. C'eſt pourquoi j'eſpère qu'ayant fait triompher l'auguſte vérité ſur le doute balancé par des préjugés auſſi nuiſibles qu'ils ſont invétérés, même dans les eſprits le plus propres & les plus diſpos à la contemplation des merveilles de la nature, on ne fera point de difficulté de lui accorder l'hommage qui eſt dû à la raiſon, comme à la ſource de la divine lumière.

Ces préjugés ont été ſi loin, qu'ils ont fait naître des doutes mal fondés, & des dégoûts portés au ſuprême degré, même juſqu'à repouſſer tout mémoire ſur cette matière; & ainſi entaſſant les obſtacles avec les difficultés, on eſt parvenu à prendre une choſe difficile, pour choſe

impoſſible; de ſorte que par prévention, & ſans motif, on a enfin fermé le tribunal ſacré où Thémis & Minerve préſidoient à *Lutetia*, pour juger des droits de la raiſon, au mépris de la juſtice, de ſes devoirs & de ſon inſtitution.

Ce ſeroit probablement une témérité de ſe flater d'être parvenu au ſuccès de cette entrepriſe; néanmoins, je crois y avoir réuſſi, & même m'être acquitté avec toute la préciſion poſſible de cette laborieuſe miſſion, dont j'ai applani toutes les difficultés, étant parvenu à mettre le rayon du cercle & ſa circonférence en équation : ce que perſonne n'avoit encore pu faire d'une manière abſolue.

Je conviens que ce n'eſt pas à moi à juger dans ma propre cauſe; mais en même tems j'eſpère qu'on voudra bien me permettre d'en être le premier juge, & d'en inſtruire le Lecteur éclairé de qui j'attends la confirmation de mon jugement, qui eſt peut-être pour moi

trop flateur, & trop peu fondé; auquel cas j'en attends un aveu assez sincère, pour humilier cet amour-propre qui m'a séduit, en me faisant adopter des principes & des raisonnements qui me paroissent incontestables : il ne s'agit, pour me détromper, que de dévoiler mes erreurs & les déclarer d'une manière authentique.

Quand il seroit vrai que j'eusse manqué le succès de mon opération, on n'en pourroit valablement inférer contre moi autre chose, sinon qu'à l'imitation des plus profonds génies, j'ai été heurter contre l'écueil où ils se sont brisés eux-mêmes, avec la bonne intention d'ouvrir la barrière qui défend l'accès d'une foule de découvertes utiles au bien de l'humanité, lesquelles peuvent s'étendre à la prospérité & félicité des Nations, en s'en servant à faciliter la fécondité du commerce dans les différentes parties du globe (*a*).

(*a*) *Note du Censeur.* La quadrature du cercle n'a aucun

Au reſte, ſi je ſuccombe, je ne vois point de raiſon pour m'en faire un crime, n'y ayant aucun rapport entre ma conſtitution humaine & la quadrature; c'eſt tant mieux, ou tant pis : les efforts d'autrui ſont ſeuls capables de me juſtifier, pourvu que je ne préſente aucune erreur groſſière : on peut s'exercer ſur toutes ſortes de ſujets, ſans démériter ; la bonne intention doit ſeule me juſtifier.

Les avantages de ces découvertes ſont d'autant plus grands, qu'ils peuvent refluer ſur les différentes claſſes d'hommes policées & civiliſées. Il en réſultera pour eux un bonheur qui leur fera connoître que le vrai philoſophe eſt celui qui invente & produit ſur ſon propre fond,

---

rapport direct, ni indirect avec les avantages du commerce : c'eſt la manie de tous les Quadrateurs de vouloir le faire croire. *Réponſe.* C'eſt la manie des anti-Quadrateurs de vouloir faire croire le contraire ; & d'aſſujettir les idées d'autrui à leur façon de dire. Mon Cenſeur eut parlé plus juſte, s'il m'eut réduit à la néceſſité de le prouver.

non pas de belles paroles, mais des choſes utiles; il eſt l'ami de la vertu, de l'humanité & de la vérité; il l'eſt encore de ſon pays, de ſa patrie, comme du genre humain; ſes vues ſont toujours univerſelles, elles tendent non-ſeulement à faciliter, à éclairer, à conſerver & améliorer; mais encore à accélérer le travail, pour arriver au bonheur de tous en général, ſans acception d'intérêts & de préjugés.

C'eſt dans ces vues que j'ai entrepris ce travail par une méthode autant nouvelle, qu'elle eſt démonſtrative, & il ne tiendra qu'aux génies tranſcendants de l'appliquer utilement & d'effectuer les merveilles & les avantages qu'elle préſente à un eſprit éclairé, en faveur de nos Contemporains, comme de ceux qui viendront nous ſuccéder de génération en génération.

La marche tardive & momentannée des progrès de l'entendement humain, fait ſouvent conſidérer comme inac-

ceſſibles, ou plutôt comme impoſſibles, des choſes qui, à l'aide d'une application aſſidue, viennent d'elles-mêmes ſe ſoumettre à l'intelligence, & frapper les ſens d'un laborieux ſcrutateur des ſecrets de la nature; d'où il arrive, que ce qui paroît déſeſpéré dans un tems, dans un lieu & par un ſujet, ſe manifeſte enſuite dans un autre, pour paroître avec éclat ſous un jour lumineux, & cela ſouvent par des moyens qui paroiſſent ſi extraordinaires, que ce n'eſt qu'avec beaucoup de peines & de travail, que la vérité perce pour triompher ſur les faux préjugés que l'antiquité a rendus reſpectables; il faut d'abord commencer par les ébranler, les déraciner, & enſuite les extirper avant de pouvoir ouvrir les yeux qu'ils ont fermés : ce n'eſt pas l'ouvrage d'un jour, mais celui du tems & de la patience. Le courageux Philoſophe qui l'entreprend, doit s'attendre d'être la première victime que ſon amour & ſon zèle pour la vérité, im-

mole au bien public ; il ſe ſacrifie lui-même avec plaiſir, non-ſeulement pour ſes Concitoyens, mais encore pour la maſſe du Genre humain ; & l'hommage qu'il eſpère en faveur de la vérité qu'il annonce, eſt la ſeule récompenſe qui peut flater ſes deſirs.

C'eſt à ces marques qu'on reconnoît le vrai Philoſophe, qui, ſe trouvant de tous les états, de toutes les nations, ſans être de tous les climats, partage ſes lumières & ſes talents entre tous les concitoyens de ſon eſpèce : ſes ſoins généreux s'étendent ſur les deux hémiſphères avec la même circonſpection & le même intérêt en faveur des humains qui occupent la ſurface de la terre, & encore non-ſeulement de ceux dont l'exiſtence eſt actuelle, mais auſſi de ceux dont l'exiſtence eſt future. Etant donc un fidele Citoyen de l'univers, on ne doit pas être étonné qu'après avoir ſacrifié ſes veilles, ſes talents, ſa ſanté, ſa fortune, & tous les moyens qui ſu-

rent en ſa puiſſance, pour lutter & s'eſcrimer contre l'opinion, afin d'accélérer la publication de ſon travail, il ne parvienne que difficilement & quelquefois point du tout à la ſatisfaction qu'il deſire, pour la fin qu'il ſe propoſe, ayant trop d'objets à remplir, trop d'obſtacles à vaincre, & trop de difficultés & de réſiſtance à ſurmonter; enfin, quelquefois trop de foibleſſe pour ſoutenir un courage auſſi généreux que magnanime, afin de ſatisfaire tous ceux en faveur deſquels il prodigue avec libéralité ſes pénibles travaux, aux riſques de ſa fortune, & quelquefois même de la liberté & de la vie.

Ces conſidérations me perſuadent que j'aurai ſans doute des contradicteurs mal intentionnés, des rivaux, des ennemis, & des jaloux de la gloire dont je voudrois faire mes délices, par l'effet d'un amour-propre éclairé, qui a été & ſe trouve encore le principal mobile de toutes les recherches philoſophiques; hé!

comment n'en aurois-je pas ? Pitagore, Archimède, Appollonius, Hypocrate, Galilée, Descartes, Toricelli, Lock, Newton, Leibnitz & nombre d'autres plus illustres & plus intelligens que moi, eurent bien les leurs. C'est sans doute une suite nécessaire de l'ignorance ou des préjugés, ou enfin de l'avidité des esprits insatiables, que l'opinion a élevés, lesquels abusent des privilèges de la philosophie, par leur position ; & loin de s'intéresser à la vérité des préceptes, ils ne s'occupent que de leur propre grandeur, ils l'établissent par les erreurs & les chimères accumulées, qu'ils présentent d'une manière gentille & agréable. C'est ainsi qu'ils enchantent les oreilles pour engourdir les sens, & s'ils se trouvent en défaut vis-à-vis des lumières de la raison, ils s'en trouvent récompensés par le manège & la cabale qui les soutiennent bien mieux que leur mérite personnel. Enfin, toute leur philosophie n'a pour base que

l'intérêt & la volupté cachés ſous le manteau de la modeſtie & de la ſimplicité.

Ceci examiné, je ſuis parfaitement diſpoſé à recevoir dans la plus entière réſignation, toutes les objections, & mêmes les ſujets de récrimination qu'on ſe croira en droit de mettre en avant pour m'abaiſſer, & me ridiculiſer, ainſi que la matière que je traite, afin de décrier cet Ouvrage, & d'en affoiblir le mérite aux yeux du vulgaire. Quant aux Savants, ils le prendront certainement pour ce qu'il eſt, s'ils ont la complaiſance de l'examiner.

Au reſte, ce n'eſt pas par des paroles, mais bien par des faits, que j'eſpere amener mes Lecteurs à la conviction des vérités que je propoſe, leſquelles ſembleront peut-être auſſi étranges, qu'elles doivent paroître nouvelles à tous ceux qui ayant des vûes différentes que moi, ſur la poſſibilité & exactitude de mes réſolutions, acquieſceroient au mépris de tous ceux auxquels un eſprit ſatyrique,

inconſéquent, ou fantaſtique, tient lieu de capacité ; & ſi cela arrive, certes je n'en ſerai point formaliſé : bien loin de-là, j'exhorte à la plus rigoureuſe cenſure, ſpécialement ceux de mes Lecteurs capables de juger de la validité ou de l'inconſéquence de mes raiſonnements & des moyens que je mets en avant pour arriver à la fin que je me propoſe ; même de ne rien ménager pour expoſer mon tort, le montrer évidemment par des faits, des preuves claires & ſolides ; enfin, me rétorquer, & me refuter de manière qu'il me ſoit aiſé de reconnoître les vices de mon raiſonnement, ou la fauſſe application de mes principes ; & ſi le cas y échoit, je ne me croirai pas plus flétri dans l'eſtime du Public, que les Archimèdes, Appollonius, Philon, Ludolphe de Cologne, Sharp, Machin, Lagni & autres approximateurs du cercle, dont les laborieux travaux les ont rendus recommandables, quoiqu'ils n'ayent pas rempli l'intention deſirée.

Au reste, si l'on s'assujettissoit à cette servile crainte, qui procède de l'effet du préjugé, il est clair qu'on ne tenteroit jamais rien, & l'esprit humain demeureroit engourdi, sans nul espoir de voir jamais accroître les lumières de la raison.

Il est certain que nous avons chacun nos défauts, dont nul n'est exempt ; cependant on peut en attribuer aux uns plus, aux autres moins; aux uns plus graves, aux autres plus méprisables ; enfin, aux uns plus ridicules, aux autres plus tolérables. C'est sans doute une suite nécessaire de notre morale, & de nos maximes; de notre foiblesse ou des bornes étroites de notre entendement; souvent & le plus souvent, de la constitution de nos organes, qui ne nous permettent pas d'apprécier les choses, pour reconnoître en nous, ce que nous croyons voir & observer dans autrui. C'est déjà un effet de perfection, que de s'arrêter à sa propre foiblesse, & le premier pas

qui

qui ſe fait dans la route des vertus : la mienne ſans doute fût toujours de vouloir inventer, développer & produire, non pas pour moi, mais bien pour le Genre-humain.

Il s'agit donc de ſavoir aujourd'hui, ſi mes préjugés, ſur les objets que je propoſe ſont fondés, & ſi j'ai droit d'attendre le ſuccès que je me ſuis promis de mon entrepriſe, qui a paſſé juſqu'ici pour le ſujet le plus grave, le plus laborieux & le plus difficile, même au ſens des mieux intentionnés & des plus féconds génies, qui l'ont regardé & le regardent encore, comme choſe abſolument impoſſible. J'avoue que j'amais je ne l'ai vu ſous ce point de vue défaforable; au contraire, les difficultés en ayant été ſoumiſes au jugement de ma raiſon, tout dépoſoit en faveur de la poſſibilité; mais il falloit chercher, & en cherchant, je n'ai rien trouvé qui fut capable de m'intimider, me dégoû-

ter ni m'arrêter dans cette carrière obſcure. J'ai donc arraché les brouſſailles qu'il falloit écarter, pour me frayer un chemin nouveau au travers des ronces & des épines. Je ſerois fâché d'avoir échoué, mais je le dis encore, je ne ſerois pas honteux de convenir de mes erreurs, ſi quelque Savant vient les préſenter à mon intelligence, pour me montrer l'écueil où ſe ſont arrêtés tant de grands hommes, dont la mémoire ſera à jamais recommandable, étant conſidérés comme des génies du premier ordre, dont la ſupériorité des lumières n'ont pu le ſurmonter. C'eſt de-là, ſans doute, que l'on a inféré, ſans raiſon, que puiſque ces profonds génies n'avoient pu en venir à bout, l'on en devoit conclure que la choſe étoit impoſſible.

Après cela, ſans doute, on regardera encore ma prétention comme choſe fort extraordinaire, que d'oſer aller contre le ſentiment général, en affirmant en

ſens contraire. On croira même, que par un mouvement de préſomption mal fondé, je veux planer au-deſſus de ces grands hommes. Non : ce n'eſt pas là mon intention ; au contraire, je les reſpecte infiniment en leur rendant le plus parfait hommage ; mais il s'agit des droits de la raiſon, & j'eſtime par l'évidence de la choſe, que plus heureux, & plus appliqué qu'eux à cet objet, j'ai eu le bonheur de mieux obſerver les ſentiers de ce labyrinthe impénétrable : c'eſt choſe qui gît en fait, & que je propoſe d'examiner.

Quant au travail en lui-même, je le ſoumets à la cenſure de mes Lecteurs, pour être par eux jugé au poids de la raiſon, avec toute l'intégrité d'un jugement ſain & rigoureux, lequel ſoit ſuſceptible d'être expoſé ſans honte, à la face de l'univers, pour être confirmé par le ſentiment général de toutes les Nations. Je le deſire ainſi, car j'eſpère de

faire réimprimer ces ſolutions, avec les réfutations qui y ſeroient contraires ; afin d'expoſer le tout de nouveau, au jugement du public & de la poſtérité, & par-là, aſſurer les droits de la raiſon d'une manière inconteſtable.

On verra que la route que j'ai priſe eſt nouvelle ; elle n'a rien abſolument de commun avec celle des anciens, laquelle n'a pu les conduire qu'à des approximations plus ou moins parfaites ; auſſi m'a-t-elle mené à une équation entre les parties du rayon & celle de la circonférence où perſonne n'avoit jamais pu atteindre, & cela ſans admettre aucune ſuppoſition que ce qui eſt préalablement démontré.

Je ne me propoſe pas ſeulement d'indiquer les moyens d'arriver tant à la détermination du centre de gravité du ſecteur, qu'à celle de la quadrature du cercle ; mais je démontre l'une & l'autre d'une manière certaine & inconteſta-

ble, par l'ordre & l'enchaînement de mes propoſitions, juſqu'à concluſion définitive, avec la plus parfaite évidence.

Les formules que je donne ſont non-ſeulement rigoureuſes, mais encore exprimées en termes généraux; au moyen deſquelles on peut aſſeoir l'équation, ſur tel point de la circonférence qu'on deſire le faire pour arriver à quarrer le cercle entier; par-là il eſt aiſé de juger qu'on peut en obtenir pluſieurs ſolutions, qui conduiſent au même but, comme je l'ai dit dans ma conſultation.

Comme la détermination du centre de gravité ſert de *lemme* à la quadrature du cercle; de même l'une & l'autre enſemble peuvent ſervir à la réſolution géométrique du problême des longitudes, pour l'utilité de la navigation. Il ſeroit aiſé de le démontrer nonobſtant toute prétention contraire, qui n'eſt ni méditée ni réfléchie. Il ne s'agit dans ce problême

que de déterminer les trois côtés d'un triangle mixtiligne, qui eſt un ſecteur de cercle, dont la pointe eſt placée dans l'axe de la terre. Et en ſuppoſant la vérité de mes principes, je ne vois pas qu'il ſoit impoſſible d'atteindre à ce degré de préciſion, ſi deſiré pour l'objet du commerce : au contraire ; je penſe que facilement on peut en venir à bout; mais il n'eſt pas tems encore de s'en occuper ; il faut avant tout, faire décider de la validité ou invalidité des propoſitions qui font l'objet de ce Mémoire.

J'eſpère donc qu'en expoſant cet Ouvrage à la cenſure du Public, les hommes des diverſes Nations, éclairés des lumières de la divine raiſon, pour ſonder & ſcruter la profondeur de la ſcience géométrique, voudront bien ſe donner la peine de le critiquer, & d'en dire & publier leur ſentiment; non pas ſur la forme, qui eſt indifférente, mais bien

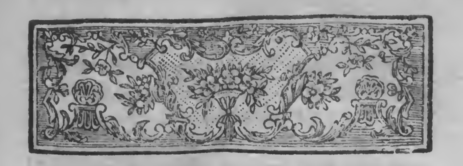
ſur le fond, afin d'éclaircir les droits de la raiſon ſur ma prétention, & décider enfin, ſi les réſolutions qu'il contient ſont affirmatives, & dans toute la rigueur géométrique.

Dans le cas où le Lecteur les trouveroit défectueuſes, il eſt auſſi prié de les cenſurer avec la même rigueur, & de ne rien ménager pour en articuler le vice, ſoit en démontrant la fauſſe application des principes, ſoit l'inconſéquence des raiſonnements, & de marquer le tout avec netteté & préciſion; ma reconnoiſſance en ſera d'autant plus vive, que j'ai intérêt de faire tomber l'illuſion; & dans le cas où la déciſion me ſeroit faforable, j'invite également le Lecteur de m'encourager pour de nouveaux ſujets, dont les opérations ſont capables de ſeconder les vœux que je fais pour le progrès des connoiſſances humaines, la proſpérité des ſciences & des beaux arts, & pour la félicité de ceux qui verront

cet Ouvrage, desquels je suis avec toute l'estime & la déférence dûe à leur discernement & à leurs lumières.

Le très-honoré & très-respectueux
Serviteur,

LE ROHBERGHERR DE VAUSENVILLE = o.



AVANT-PROPOS.

PLUS une découverte eſt rare, difficile & intéreſſante, plus il faut d'efforts pour la faire admettre. L'ouvrage que je produis ici, eſt préciſément dans cette circonſtance; il contient deux ſolutions qui portent avec ſoi le déſavantage de la nouveauté; c'eſt le fruit de la patience, de l'intelligence & de la raiſon, qui demandoit ſans doute pluſieurs milliers d'années pour ſe mûrir; auſſi, le but que je me propoſe d'atteindre eſt-il regardé comme choſe abſolument impoſſible au ſens de preſque tous les hommes, ſans cependant en rapporter aucune raiſon poſitive qui puiſſe l'affirmer: c'eſt un préjugé d'autant plus mal fondé, qu'il n'eſt bâti que ſur les efforts réitérés des plus grands Géomètres, qui dans tous les ſiècles ont échoué dans ces recherches; auſſi falloit-il l'une, pour ſervir de priſe à l'autre. Il eſt clair qu'un pareil raiſonnement eſt abſurde & inconſéquent; car

de l'inſuffiſance des uns, on ne peut valablement conclure celles des autres; l'eſprit humain n'a point de limites aſſez marquées pour aſſigner l'excluſion : il eſt donc plus naturel de conclure qu'on ne peut affirmer l'impoſſibilité d'une choſe, qu'à l'aide d'une démonſtration rigoureuſe, marquée au coin de la bonne phyſique; car, tout ce qui n'eſt pas prouvé impoſſible, demeure de droit dans l'ordre des choſes poſſibles, & cela eſt inconteſtable.

Le ſentiment du célèbre d'Alembert, le Coriphée de notre âge, eſt très-judicieux là-deſſus; le voici écrit & ſigné de ſa main. « Je ne » connois point, Monſieur, de démonſtration » rigoureuſe de l'impoſſibilité de la quadrature » définie du cercle, mais je crois la choſe ſi » difficile, que je doute qu'on y parvienne. » *d'Alembert* ». On voit donc que ce grand Géomètre, bien loin d'en affirmer l'impoſſibilité, ne fait que ſe retrancher ſur un doute fondé ſur ſes grandes difficultés, & ce doute ne peut paſſer pour une affirmation. Ce ſentiment eſt confirmé par ceux de MM. Ozanam, de la Chapelle, & autres auteurs judicieux. Ceux au contraire dont les lumieres leur ſont inférieures, n'héſitent point à dire tout net, que la choſe eſt impoſſible, ſans faire attention

qu'une chose difficile ne peut passer pour telle. D'ailleurs, des choses très-possibles dans l'ordre de la nature, ne sont impossibles que par rapport à nos connoissances qui sont bornées & limitées ; mais on ne doit pas en inférer, que tout ce que nous ne pouvons comprendre, soit absolument impossible. Quoi qu'il en soit, ces vains préjugés ne peuvent rien, il faut prouver l'un ou l'autre, & les démontrer positivement par des faits ; c'est à la raison seule à le faire pour les justifier : ceux que je mets en avant paroissent incontestables. Tout homme est bien le premier juge de sa production, mais ce n'est pas à lui seul qu'on doit s'en rapporter, il faut encore le concours des suffrages là-dessus ; c'est pourquoi je rapporte ici le témoignage des savants qui ont vu & examiné cet écrit, afin de mettre le lecteur en état de vérifier s'ils sont fondés : les voici au nombre de six seulement.

1°. Dès l'année 1771, je proposai mes moyens de résolution à l'Académie Royale des Sciences de Paris. M. Jeaurat fut par elle commis pour les examiner, & l'ayant fait, il s'en désista. M. Pingré, de la même Académie, Chancelier de l'Université de Paris, fut nommé à sa place pour la même fin, & son rapport fut : « que

» si je démontrois la validité des équations » jointes au Mémoire, on ne pouvoit douter » que le problême de la *quadrature du cercle* » ne fut entièrement résolu ». Mais, sur la faction de M. Dalembert, l'Académie se refusa à l'enregistrement de cette décision. Ce fait est à la connoissance de Monseigneur Louis-Philippe Duc d'Orléans, premier Prince du Sang, lequel s'intéressant à la chose, envoya tout exprès de Villers-Cotteret à Paris, M. Fontaine, Secrétaire de ses commandements, pour s'en informer à M. de Fouchy, alors Secrétaire perpétuel de ladite Académie des Sciences, lequel le confirma. Voilà déja un premier témoignage; voici les autres bien plus décisifs, étant rendus sur l'examen de cet écrit.

2[c]. A Paris le 18 Janvier 1775, M. de Fouchy (*a*) disoit à M. de la Chapelle votre confrère, qui ne vous connoît que par vos productions, « qu'il étoit persuadé que vous » aviez résolu le fameux problême. M. de la » Chapelle arriva chez M. Begon, (ci-devant » Intendant de la Marine, à Dunkerque) &

(*a*) M. de Fouchy est le même Secrétaire perpétuel de ladite Académie Royale des Sciences, qui avoit alors le manuscrit de cet ouvrage dans les mains.

„ conta cette nouvelle, ſans ſavoir le vif in-
„ térêt que j'y devois prendre ; mais M. Bégon
„ ne le lui laiſſa pas ignorer, il me combla de
„ politeſſes pour moi, & de louanges très-
„ délicates pour vous, qui me charmèrent bien
„ davantage „.

3°. Traduit de l'Anglois. 8 Avril 1775 :
« J'ai fait examiner, Monſieur, votre manuſ-
„ crit par gens de réputation, qui en ont porté
„ un jugement favorable, & ils penſent que
„ ce que vous avancez eſt très-bien & géomé-
„ triquement démontré ; la choſe ne demande
„ que de la publicité pour la faire reconnoître
„ unanimement, & pour vous faire jouir de la
„ gloire & de la récompenſe que vous mé-
„ ritez.... „ H. W.

4°. Du 11 Mai 1775 : « J'oſe bien dire,
„ Monſieur, que je ſuis certain que la démonſ-
„ tration géométrique de la vérité pour la rec-
„ tification de l'arc d'un ſecteur quelconque
„ *de cercle*, dont vous avez eu le bonheur de
„ faire *la découverte*, ne pourra jamais vous
„ être valablement conteſtée ni réfutée par
„ aucun homme ſavant quelqu'il ſoit „. L = *o*.

5°. Traduit de l'Italien. 22 Juin 1775 : « J'ai
„ examiné, Monſieur, l'ouvrage que vous
„ m'avez fait l'amitié de me communiquer,

» & comme il m'a paru intéreſſant, je n'ai
» pas manqué d'en faire part à quelques amis
» très-capables d'en juger ; j'ai vu avec ſatiſ-
» faction, que leur ſentiment s'accordoit avec
» le mien ; ainſi, nous penſons que ce mer-
» veilleux ouvrage mérite d'être couronné : il
» eſt clair, il eſt lumineux & très-bien prin-
» cipié. J'eſtime donc en mon particulier,
» qu'on ne peut vous refuſer la gloire d'avoir
» non-ſeulement déterminé géométriquement le
» centre de gravité d'un ſecteur de cercle quel-
» conque, mais encore d'avoir trouvé inconteſ-
» tablement le moyen aſſuré de quarrer le cercle
» dans toute la rigueur deſirée.... » P = o.

6°. Du 19 Octobre 1775 : « En reſſerrant
» étroitement, Monſieur, votre vérité neuve
» dans ſes juſtes bornes inconteſtables, telles
» que vous l'avez très-bien géométriquement
» démontré dans le cas qu'elle peut & doit
» régner. je conviens qu'elle eſt le plus ſimple
» & vrai moyen imaginable par le ſecours du-
» quel on puiſſe réſoudre juſte le problême de
» *quarrer le cercle*, en ne commettant aucune
» erreur quelconque. Le public ſavant pourra,
» je penſe, vous accorder la juſtice que vous
» réclamez ; il vous dira, comme il eſt vrai,
» que par votre découverte vous méritez le

» prix qu'on a pu attacher à la juste solution, » ou résolution qui sera clairement exposée de » la part de quiconque en aura produit le » moyen assuré; ainsi, par cette solution, vous » jouissez dès-à-présent de cet honneur, selon » moi, à l'instar de tous les grands hommes de » l'antiquité, qui nous ont laissés leurs décou- » vertes ». L. C = o.

On ne peut douter que les préjugés qui naissent de l'opinion, joints à la rivalité, à l'amour de soi-même & de sa propre grandeur, ne soient des tyrans qui s'élèvent sans cesse contre la raison, au détriment des connoissances humaines. L'intérêt personnel est toujours préféré aux droits sacrés de cette Divinité, & cependant, on se plaint de la lenteur de l'esprit humain. S'agit-il d'une découverte venant d'une main censée étrangère, vîte on s'assemble en champ clos pour la contrarier, sans égard pour son utilité : on cabale, on décrie son auteur, on gagne les Journalistes, quelquefois le Magistrat; on en impose aux Libraires, & on fait enfin sourdement, tout le manège possible pour étouffer sa raison & ses lumières. C'est sans doute une infirmité attachée à l'espèce humaine; car, dans tous les temps, on a suivi à-peu-près le même système, & les grands

hommes ont reſſenti les traits de la perſécution, avant qu'ils aient pu ouvrir les yeux à leurs jaloux contemporains ; il n'y a eu que le temps qui ait pu le faire. *Galilée* fut mis en priſon, & forcé de ſe rétracter la corde au col. *Deſcartes* fut perſécuté par *Wotius* & ſa faction. *Neweton* fut mis ici au rang des fols, &c. &c. & de tout cela, il eſt réſulté que le temps, qui apprécie tout, a fait connoître que ces grands hommes, que l'on pourſuivoit ſi injuſtement, étoient des génies ſublimes, dont tout le crime n'étoit autre que d'avoir des lumières ſupérieures à leurs jaloux contemporains ; mais auſſi la poſtérité plus froide & plus judicieuſe, leur a-t-elle rendu la juſtice qu'ils méritoient. Au reſte, je ne dis ces choſes que pour montrer que l'on devient victime de ſoi-même, en voulant ouvrir les yeux que le préjugé à fermés, j'en ai reſſenti les atteintes, mais mon intention n'eſt pas de m'en plaindre, puiſque les grands hommes que j'ai cités n'en ont pas été exempts ; il doit ſuffire pour ſe corriger, de connoître le piège, pour chercher par la ſuite à l'éviter, même à ſupprimer toute production ſur matière nouvelle ; mais comme je me ſuis trop avancé, & que mes productions ſont faites, il faut courir la carrière juſqu'au bout,

vainqueur

vainqueur ou vaincu, afin de montrer la vérité de mes résolutions, en terrassant, s'il se peut, l'envie, la jalousie & l'injustice, ou bien en affichant mon insuffisance pour la mettre au grand jour, il n'en sera ni plus ni moins. Au reste, je ne les produits que sous le titre d'Amusements Philosophiques.

L'objet de ce Mémoire est de démontrer, 1°. que le centre de gravité d'une surface quelconque est absolument le même, soit qu'on le détermine par l'effet de la balance ordinaire, ou par celui de la balance romaine ; c'est-à-dire, sans se servir ou en se servant de la réciprocité des distances au centre de gravité : par-là on doit juger, que l'un ou l'autre de ces moyens est indifférent pour arriver à l'équilibre.

2°. De déterminer géométriquement le centre de gravité du plan d'un secteur de cercle quelconque, & ensuite me servir de cette détermination pour arriver *à quarrer le cercle* ; c'est-à-dire, à produire l'équation qui contient incontestablement la résolution de ce problême en quantité finie & non approximée, comme ont fait tous ceux qui m'ont devancé dans cette recherche.

Il est évident que si je remplis mon projet,

il en naîtra une géométrie nouvelle par rapport aux courbes, qui ſera une ſource féconde de vérités utiles inconnues juſqu'ici, & deſirées depuis la naiſſance de la géométrie rectiligne.

On verra que le chemin que j'ai pris eſt une route nouvelle qui n'a été vue, tenue, ni apperçue par qui que ce ſoit; ainſi, on n'aura point à me reprocher que je n'ai fait qu'achever ce que les autres avoient commencé.

Les principes dont je me ſers ſont pris dans la nature; ils ſont fondés ſur cet axiome: deux grandeurs égales à une troiſième, ſont égales entr'elles. C'eſt ſur cette vérité que j'établis mes opérations: voici comme je procède.

Il eſt certain que quand on a le moyen de pouvoir exprimer la valeur d'une même inconnue en deux manières différentes, on parvient facilement à une équation, d'où l'on tire néceſſairement la valeur de cette inconnue: c'eſt ſuivant ce ſyſtême que j'ai frayé ma route, en me ſervant de ces deux théorêmes.

1°. Archimède a démontré, que le ſolide décrit par la circonvolution d'un ſecteur de cercle, eſt égal aux $\frac{2}{3}$ d'un cylindre de même baſe & même hauteur que ce ſecteur.

2°. Le Père Guldin a auſſi démontré, que le même ſolide eſt égal au rectangle du plan

de ce secteur, par la circonférence que décrit son centre de gravité.

Voilà donc deux formes d'expression d'un même solide engendré dans la sphère. Par la première, la solidité en est toujours exprimée par *le quarré du rayon*, multiplié par la circonférence, à cause qu'il est égal aux $\frac{2}{3}$ d'un cylindre, dont l'aire du grand cercle de la sphère, est la base & la hauteur une portion du rayon.

Pour le prouver, soit x le rayon, & y la circonférence du grand cercle de la sphère. Il est clair que $\frac{x}{2} \times \frac{y}{1} = \frac{xy}{2}$ qui est la base du cylindre. La hauteur du secteur est une portion du rayon que je suppose être $\frac{x}{m}$; au moyen de quoi, la solidité de ce cylindre est $\frac{xy}{2} \times \frac{x}{m} = \frac{x^2y}{2m}$, dont les $\frac{2}{3}$ sont $\frac{x^2y}{2m} \times \frac{2}{3} = \frac{x^2y}{3m}$, pour le solide de circonvolution, dans lequel le rayon du cercle a deux dimensions, comme il est évident par l'expression.

Par la deuxieme, cette solidité est exprimée par *le quarré de la circonférence*, multipliée par le rayon, à cause que le plan du secteur se trouve de rechef multiplié par la circonférence que décrit son centre de gravité. Pour le démontrer: la distance du centre de gravité du secteur à l'axe de révolution, est une portion

du rayon que je ſuppoſe être $\frac{x}{n}$, alors. $x : y :: \frac{x}{n} : \frac{y}{n}$. ce quatrieme terme eſt la circonférence décrite par ce centre de gravité. L'arc du ſecteur étant ſuppoſé $\frac{y}{b}$. Il eſt clair que ſon plan eſt $\frac{x}{2} \times \frac{y}{b} = \frac{xy}{2b}$. Mais le rectangle de ce plan par la circonférence du centre de gravité eſt $\frac{xy}{2b} \times \frac{y}{n} = \frac{xy^2}{2bn}$, qui eſt le ſolide de circonvolution, dans lequel la circonférence a auſſi deux dimenſions, comme on le voit par l'expreſſion.

Voilà donc des principes ſûrs & inconteſtables, qui fourniſſent le moyen aſſuré de former une équation indeſtructible entre les parties du rayon & celles de la circonférence du même cercle. En effet, des deux expreſſions précédentes, on tire cette équation $\frac{x^2y}{3m} = \frac{xy^2}{2bn}$. qui ſe reduit à $\frac{x}{3m} = \frac{y}{2bn}$. dans laquelle toute la difficulté ſe réduit à trouver les valeurs de m, n, b. Ainſi, il ne s'agit donc plus que de démontrer ce *quo modo*, c'eſt ce qui ſe verra dans cet écrit.

Après avoir rendu compte de mes moyens, il ne ſera pas inutile de parler de ceux des Anciens, afin de les comparer. Ils conſiſtent preſque généralement à meſurer le cercle à la faveur de deux Polygones, l'un inſcript, l'autre circonſcript.

C'eſt un principe certain, que plus on donne de côtés à chacun de ces Polygones, plus leur ſurface ſe trouve rapprochée de celle du cercle ; ainſi par la multitude des côtés, on parvient à compoſer deux ſurfaces à peu de choſe près égales, l'une plus petite, l'autre plus grande que le cercle, ſans jamais pourtant pouvoir arriver à cette préciſion d'égalité, qui fait l'eſſence même de la Géométrie. De-là on ne peut tirer qu'une approximation, de ſorte que toute l'adreſſe ne conſiſte que dans la patience de calculer ces nombreux Polygones.

Sous cet aſpect, toute l'antiquité a vu le cercle, & n'a point trouvé d'autre moyen pour approximer ſa ſurface ; c'eſt ainſi, qu'*Archimède* de Syracuſe, *Philon* de Gadare, & *Apollonius* de Perge, ſe ſont conduits, & probablement avant eux *Anaxagore*, *Antiphon*, & autres plus anciens. Ceux qui ſont venus après, ont encore pris le même ſentier, tels que *Viette*, *Adrianus-Romanus*, *Ludolphe* de Cologne, *Snellius*, *Grégori*, *Walis*, *Newton*, *Leibnitz*, *Lagni*, *Sharp*, *Machin*, *Bernoulli*, & autres plus modernes.

La ſeule différence qu'on remarque entr'eux, eſt que chacun, guidé par ſon propre génie, s'eſt fait une méthode ingénieuſe & particuliere,

pour arriver plus facilement à l'approximation où il vouloit atteindre.

Ceux qui se sont écartés de cette route, sont d'une part *Hypocrate* de Chio, & ses imitateurs; de l'autre *Grégoire de St. Vincent.* Le premier a tenté la résolution par les lunulles qui portent son nom; l'autre par un solide assignable entre deux paraboles égales; mais ces deux moyens n'ont pas eu plus de succès que le premier, de sorte que la quadrature a constamment résisté à l'adresse de tous ces grands Hommes

Quant aux approximations, chacun s'est fait un mérite d'enchérir sur le nombre des décimales, pour plus grande précision; *Ludolphe* de Cologne a donné son rapport des dimensions du cercle, en 36 chiffres; *Sharp*, en 74; *Machin*, en 100, & *Lagni*, en 127; mais on demande à quoi peut servir une expression si nombreuse, si ce n'est pour l'objet d'une vaine curiosité. Il est clair, qu'il est inapplicable à tous les usages de la Géométrie, pour laquelle il est particulierement désiré: car quel seroit l'homme qui oseroit entreprendre d'élever 127 décimales au quarré, au cube, ou à toute autre puissance, pour ensuite l'insérer utilement dans une équation? la vie ne seroit pas suffi-

ſante pour venir à bout de la décompoſer, ſurtout ſi l'on fait attention que cette circonſtance ſe trouve jointe avec l'incommenſurabilité. On peut voir par-là de quel mérite il peut-être vis-à-vis de la Géometrie, qui n'admet d'ailleurs qu'une rigoureuſe préciſion.

C'eſt encore un vain préjugé, que de vouloir s'eſcrimer à la faveur de l'incommenſurabilité, pour fonder la deſſus des impoſſibilités : la raiſon y répugne. Il eſt clair que ſi cela étoit, preſque tous les problêmes de Géométrie qui ſont dans ce cas, ſeroient inſolubles ; & à cet égard, on peut dire véritablement que c'eſt ici le cas, où l'impoſſibilité eſt dans notre entendement, ſur lequel nous affirmons, & non pas dans la nature. Il eſt certain que dès l'inſtant qu'une figure eſt tracée, toutes ſes lignes en ſont bornées, limitées & déterminées ; parconſéquent, les rapports qui en dépendent en ſont eſſentiellement finis. Il eſt clair qu'une cauſe finie, ne peut produire un effet infini. D'où il ſuit que l'incommenſurabilité n'eſt pas dans la nature, qui n'admet rien de contradictoire dans ſa maniere d'être. Il faut donc conclure, que cette impoſſibilité apparente ne vient que de l'inſuffiſance de la méthode de l'extraction des racines, & ne nous paroît-t-elle, que parce

que nous manquons de principes & de lumieres, pour ſuivre la nature dans cette opération.

Je ſoutiens donc que les termes du rapport du rayon du cercle à ſa circonférence, ſont des nombres ſimples finis & de même nature, qui peuvent s'expliquer bien plus nettement & plus ſimplement que par 127 décimales, ſoit par des nombres entiers ou fractionnés, ſoit par des nombres ſourds.

On peut même démontrer, que ſi l'un des termes eſt incommenſurable à l'unité du premier degré, l'autre l'eſt auſſi inconteſtablement. Il en eſt de même de la diagonale d'un quarré, qui de ſa nature eſt incommenſurable avec les côtés, mais qui eſt commenſurable avec la perpendiculaire qui lui eſt élevée; de ſorte que toutes les lignes qui ſe multiplient pour produire des ſurfaces, ſont eſſentiellement de même nature; & ſous cet aſpect, le rapport qui eſt entr'elles eſt fini. J'aurois pu étendre ces réflexions, & en montrer immédiatement la vérité; mais comme elles ne ſont pas eſſentielles à mon objet, je les abandonne.

On doit bien s'imaginer qu'il doit y avoir des raiſons puiſſantes, pour m'engager à réclamer, comme je le fais, le jugement des ſavants & du public, dans une cauſe qui devroit d'autant

moins faire de difficulté, qu'il ne s'agit que de savoir si j'ai tort ou raison, sur un fait fondé en loix & en principes, lequel doit intéresser les lumières de la raison, & le genre humain.

Je ne crois pas qu'aucun des Tribunaux établis par les Souverains, sous le nom d'Académies, pour juger des sciences certaines fondées sur la raison, soit en droit, comme on a fait à mon égard, de se refuser à une décision, sans contrevenir en même-tems, à ses devoirs & aux obligations de son institut ; c'est pourquoi j'ai pris ce refus pour un déni de justice, & en conséquence, j'ai fait appel à la raison & au jugement du public, pour la vérification de mes opérations.

Par ma Consultation adressée à cet effet aux savants Géomêtres & Mathématiciens, inserée dans le Journal des Sciences & Beaux-Arts de France, du mois de Décembre 1774, t. 2, page 456, je les ai invités à censurer hautement les moyens de résolution qui y sont employés, lesquels ont été exposés ci-devant. A l'égard des résolutions qui en sont la suite, on les trouvera dans cet écrit, pour la fin que je me propose. Et comme il s'agit d'un fait qui regarde le progrès des connoissances humaines, ils sont derechef invités & priés de dire librement leur sentiment

ſur le tout, & d'en rendre la réponſe, par les Journaux des Savants, tant de France, de Hollande, Angleterre, Italie, que de Léipſick; même pour plus de ſûreté, d'en donner avis par les Gazettes. Ils ſont également priés de ſe nommer & ſe faire connoître, & de répondre poſitivement ſur le fait qu'il s'agit de vérifier. Et en cas de réfutation, de déclarer les principes ſur leſquels ils prétendent ſe fonder. Cette demande paroît juſte, en ce que tout raiſonnement ne peut être détruit que par un autre, dont les principes ſoient clairs & évidents, & non par aucune opinion; quelle qu'acréditée qu'elle ſoit, une négation pure & ſimple ne peut ſuffire pour cela. On prévient qu'on n'aura point d'égards à toute réfutation anonyme, elle ſera regardée comme nulle : à bien dire & bien faire, nul événement à craindre.

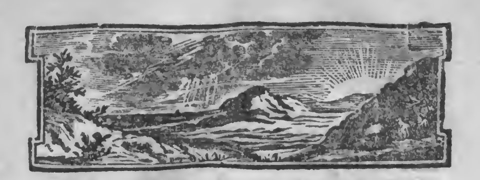
J'entre donc en lice, en préſentant au public mon écrit & mes raiſons, dans l'eſpérance qu'il les verra, les lira, & y répondra; à défaut de quoi je conclus à la face de toutes les puiſſances, que ſi dans le courant de l'année 1778 on n'y répond rien, les ſolutions dont il s'agit paſſeront pour certaines & avérées, comme bien & duement approuvées, tant par le ſilence du public, que par le conſentement tacite des

Géométres & Professeurs, qui ont été particulierement invités à les réfuter, lesquels sont nommés dans la même Consultation; jusqu'ici ils n'ont rien opposé aux moyens dont je me sers, quoiqu'il se soit écoulé plus de trois années depuis cette invitation: la liste de ces savants se verra ci-après.

On ne manquera pas de dire que cet ouvrage est prolixe & ennuyeux par les répétitions fréquentes dont il est plein. Si on fait cette reprise, je conviendrai sans peine qu'on a raison, & que j'aurois pu le diminuer considérablement: je l'aurois certainement fait, si la matière n'eut pas été décriée & enveloppée d'un préjugé d'impossibilité sans fondement, entretenu par les soins des anti-quadrateurs, dont certains ont intérêt d'en détourner le lecteur. C'est pourquoi pour la liaison de la progression de mon raisonnement, je me suis cru obligé d'établir des principes, & de les rappeller sans cesse dans l'application, pour servir de fondement à mes conclusions, & cela n'a pu se faire sans entraîner certaines longueurs. D'ailleurs j'estime, que cette marche est absolument nécessaire dans toute matière neuve & abstraite, où l'on ne peut voir que par les lumières intellectuelles. Une fois la chose comprise, on peut simplifier

& élaguer tout ce qui paroît inutile. D'un autre côté, on auroit pu me faire un crime de n'avoir pas rendu mon ouvrage assez élémentaire, en faveur des Prosélytes de Géométrie, qui sont le plus grand nombre, & desquels je dois me faire entendre, afin de les mettre à portée de sentir mes raisonnements, pour examiner par eux-mêmes, ce que mes principes ont de contraire ou d'analogue avec ceux qui leur sont enseignés dans les écoles, & par-là les mettre en état d'en juger, dans un tems ou dans un autre.





ESSAI
PHYSICO - GÉOMÉTRIQUE.
CONTENANT:

1°. La détermination du centre de gravité de la ſurface d'un ſecteur circulaire quelconque, en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle.

2°. La réſolution rigoureuſement géométrique du fameux problême de la quadrature définie du cercle.

Par M. LE ROHBERGHERR DE VAUSENVILLE, Aſtronome Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris, Hiſtoriographe de la Ville de Vire, &c....

CEUX qui ſont initiés dans les myſtères de Géométrie, ne peuvent ignorer que la connoiſ-

ſance du centre de gravité d'un ſecteur de cercle, ne ſoit une découverte très-intéreſſante pour l'objet de la Phyſique & de la Géométrie : elle eſt peut-être la plus utile que l'on puiſſe faire en ce genre d'étude, parce qu'elle donne priſe ſur le cercle & ſur les courbes où l'eſprit humain n'a jamais pu avoir d'accès. Perſonne n'ignore combien de tentatives & d'efforts inutiles ont été faits ſur cette matière, qui a conſtamment réſiſté à l'adreſſe & à la ſagacité des plus profonds génies. Je me propoſe donc dans cet écrit, de montrer la route qui conduit au développement de cette vérité, & de la déterminer par une formule générale & en termes généraux dans toute la rigueur géométrique ; c'eſt pourquoi, on me permettra d'expoſer ces deux déterminations en forme de problêmes.

J'ai promis dans ma Conſultation ſur la quadrature définie du cercle, adreſſée à Leurs Majeſtés les Rois de Pruſſe & de Suède, au Prince Jablonowski de Pologne, & aux célèbres Géomètres & Mathématiciens d'Europe y dénommés, publiée dans le Journal des Sciences & Beaux-Artts de France, du mois de Décembre 1774, tom. 2, pag. 456, de démontrer cette propoſition; c'eſt donc pour y ſatisfaire, ainſi qu'au deſir du public, que je vais écrire.

Voici la liste des Savants, de qui on a requis nominativement la décision. MM. d'Alembert, de la Lande, Mauduit, Anthelmi, à Paris; Boüillet, à Beziers; de la Tourette, à Lyon; Monge, à Mézières; les PP. le Seur & Jacquier, à Rome; Frisi, à Milan; Boscovich, à Pavie; Ximenès, à Florence; Lorgno, à Véronne; Zanoti, à Boulogne; Berand & Pezedas, à Avignon; D. Georges Juan, à Madrid; le P. Chevalier & D. Jean de Barros, à Lisbonne; Mallet, à Genève; Bernoulli, à Basle; Formey, à Berlin; Struik, à Amsterdam; Allaman, à Leyde; Lulofs & Klinkenberg, à la Haye; Mil. Jacques Douglas, à Londres; le P. Hell, à Vienne en Autriche; Fernet & Wargentin, à Stockolm; Euler, à S. Petersbourg, &c... à laquelle on ajoute, MM. Pingré, Vandermunde, Bézout, l'Abbé Bossu, tous de l'Académie Royale des Sciences de Paris; de même que l'anti-quadrateur M. de Montucla, lesquels sont particulièrement invités de répondre cathégoriquement à la teneur de cet écrit, en ce qui concerne le fond; à défaut de quoi, leur silence, ainsi que celui de MM. d'Alembert & de la Lande, passera pour consentement & approbation tacite.

Et afin d'assurer d'avantage les droits de la

raiſon ſur le ſort de cet écrit, les célèbres Académies de Berlin, Berne, Boulogne, Cortonne, Edimbourg, Florence, Gottingue, Harlem, Leyde, Léipſick, Londres, Madrid, Norwege, Rome, S. Péterſbourg, Stockolm, Turin & Upſal, ſont ſuppliées d'en dire & faire publier leurs ſentiments; de même que les Profeſſeurs de Mathématiques de toutes les Univerſités d'Europe qui y trouveroient à contredire, ou à applaudir. Et particulièrement ceux des Univerſités de Paris, Aix, Angers, Avignon, Bordeaux, Bourges, Caën, Cahors, Dole, Montpellier, Orange, Orléans, Poitiers, Perpignan, Rheims, Toulouſe, Valence; Leyde, Francker, Louvain & Baſle.

De même encore, les Profeſſeurs des Collèges d'Agen, Aix, Embrun, Amiens, Angers, Aubenas, Auſch, Autun, Avignon, Bar-le-Duc, Beſançon, Béziers, Billom, Bourges, Bordeaux, Caën, Cahors, Carcaſſone, Carpentras, Châlons, Charleville, Chamberi, Ciſteron, Dieppe, Dijon, Dole, Eu, Julie, la Fléche, Limoges, le Mans, le Puy, Lyon, Marſeille, Mauriac, Montbriſon, Moulins, Nancy, Nevers, Périgueux, Pézenas, Poitiers, Pont-à-Mouſſon, Rheims, Roanne, Rhodez, Rouen, Saumur, Toulouſe, Tournon,

Tours,

Tours, Troyes, Vendôme, Verdun, Vienne, Villefranche, Vire, Xaintes, & autres.

Egalement que les Académies des provinces de France : Angers, Beſançon, Bordeaux, Breſt, Caën, Dijon, la Rochelle, Lyon, Marſeille, Montpellier, Montauban, Nîmes, Poitiers, Rouen, Toulouſe, Villefranche, &c.

On doit ſentir que mon objet doit être ſuivi pas à pas, le flambeau de l'évidence à la main, pour éclairer mon lecteur, afin de le mettre en état de ſentir & juger. Comme ce n'eſt pas ici un ouvrage de goût, je dois marcher lentement, peſamment & d'une manière plus propre à frapper l'intelligence, qu'à flater l'oreille : le lecteur judicieux ſentira aſſez cette diſtinction de lui-même, pour ne pas vouloir exiger qu'une matière auſſi grave, ſoit aſſujettie à l'élégance & à la beauté que l'on exige dans les ouvrages de pur agrément. Mon but eſt de débrouiller un cahos, un myſtère de la nature juſqu'ici impénétrable, une choſe même regardée impoſſible par les plus grands génies qu'ait enfanté l'univers. La ſeule choſe que je deſire, eſt d'être lu avec attention, pour ſentir la force de mes raiſonnements, ou pour les rejetter s'ils ſont vicieux : ſur-tout, qu'on ne prononce qu'avec

connoiſſance de cauſe, lorſqu'on aura bien compris la chaîne de mes opérations.

La matière que je vais traiter n'eſt pas du reſſort de tous les hommes; il eſt certain qu'il n'y en a qu'un très-petit nombre dont les organes ſoient diſpoſés à l'entendre; c'eſt donc à ces hommes privilégiés de la nature, à ces êtres intelligents, qui participent en quelque ſorte de la Divinité, qu'il convient de décider ſi la route que j'ai priſe conduit véritablement au but que je me propoſe d'atteindre. Je le dis encore, comme je fournis des raiſons pour établir ma prétention, j'eſpère de même, en cas de réfutation, que le tout ſera fondé ſur des loix & des vérités de la nature, par le principe qu'un raiſonnement ne peut être détruit que par un autre, & non pas par aucune opinion quelle qu'accréditée qu'elle ſoit, une ſimple négation ne peut ſuffire.

DES RAYONS.

Du centre de Gravité.

Pour entrer en matière, ſoit le demi-cercle K B L (fig. 1.) diviſé en deux parties égales au point B, par le rayon C B, perpendiculaire au diamètre K L. Il eſt clair que ſi l'on fait tourner cette ſurface autour de la ligne KL,

prise pour axe, & considérée comme immobile; dans ce mouvement, la révolution du demi-cercle KBL, décrira la solidité de la sphère : ce qui est évident.

Si avant ce mouvement on tire la droite CA, on formera le secteur ACB, lequel par sa révolution autour du même axe, décrira un solide en même tems & par le même mouvement que celui de la sphère aura été décrit : ce qui est évident.

Il est clair que quelle que soit la configuration du plan, & sa situation sur celui du demi-cercle, sa révolution autour de l'axe décrira toujours un solide régulier; ce qui est encore évident. *Nota.* Par la suite on les nommera *solides* de *circonvolution.*

Mais à cause du mouvement commun autour de l'axe; il est clair que les circonférences que décrivent les centres de gravité des surfaces, ont le leur dans l'axe même, & sont paralleles entr'elles; d'où il suit que les rayons qui y sont correspondants, sont aussi paralleles, puisqu'ils sont dans les mêmes plans que ces cercles. Et comme le rayon CB, qui occupe le centre, est perpendiculaire à l'axe KL, il faut donc nécessairement que les rayons de toutes ces circonférences soient aussi perpendi-

culaires au même axe : ce qu'il falloit premièrement établir.

COROLLAIRE.

De-là il ſuit, que tous les rayons dont eſt queſtion, ont leur origine dans l'axe qui eſt un de leurs termes ; l'autre eſt le centre de gravité même du plan qui décrit le ſolide, & leur ſituation eſt d'être perpendiculaire à l'axe KL. C'eſt donc la longueur de chacun de ces rayons, tels que PN, qu'il convient de déterminer pour avoir la poſition exacte du centre de gravité.

Du centre de Gravité.

Le centre de gravité d'une figure, n'eſt qu'un point pris dans ce plan, autour duquel toutes les parties de ce même plan demeurent en équilibre.

Quoiqu'il ſoit certain que nul corps ne peut exiſter dans la nature, ſans le ſecours de ſes trois dimenſions ; cependant, on peut faire abſtraction de quelques-unes d'entr'elles, & conſidérer la ligne, comme un corps d'une ſeule dimenſion ; le plan, comme un autre qui en a deux ; & le ſolide, comme celui qui les a toutes les trois. Ces idées ſont conformes à l'eſprit géométrique, qui analyſe cha-

cune en particulier ; or, il eſt à remarquer que le centre de gravité d'un plan, qui n'eſt qu'un point comme il a été dit, ne peut s'établir que par le concours de pluſieurs équilibres ſimples.

L'équilibre ſimple eſt celui qui ſe fait, lorſqu'un corps eſt ſoutenu en l'air par un plan : tel qu'un parallelipipède, qui demeureroit en équilibre appuyé ſur une planche très-mince, miſe dans une ſituation verticale ; ainſi, cet équilibre, au lieu de ſe faire ſur un point, ſe fait ſur une ligne qui repréſente le plan d'appui.

C'eſt donc du concours de ces différents équilibres ſimples, faits ſur des plans, que réſulte la détermination du centre de gravité du plan dont il s'agit, & ces équilibres ſimples ſont en même nombre que les angles ou les côtés du plan propoſé, comme il ſera démontré.

Pour ne rien omettre de ce qui peut être utile à mon ſujet, il convient de définir l'équilibre pris en général, afin d'en fixer la ſenſation, & en même-tems, ôter toute ſorte d'équivoque.

Définition de l'Equilibre.

On nomme équilibre le repos parfait qui ſuit

l'action de deux corps opposés, appuyés sur un même centre, lesquels en se balançant, tendent à s'entraîner mutuellement par l'effet de leur propre pesanteur; si donc ces deux corps ne peuvent se surmonter, à cause de la résistance égale qui se fait de part & d'autre, le repos dans lequel ils demeurent, après avoir exercé cette action, est ce que je nomme équilibre.

De ce qui a été dit ci-dessus, il résulte que si le centre d'appui est un plan ou une ligne droite, l'équilibre sera simple; mais s'il n'est qu'un point, ce point sera le centre de gravité de la figure qui fait le sujet de l'équilibre.

COROLLAIRE I.

De-là il est évident, que le centre de gravité d'une surface est un des points de cette même surface, autour duquel toute l'intégrité de son étendue demeure en repos, c'est-à-dire, en equilibre; de sorte qu'étant soutenue en l'air par un pivot de la plus grande finesse appliqué sur ce même point, elle demeure dans une situation parallele à l'horison.

COROLLAIRE II.

Il est encore évident, que la même surface

ne peut avoir qu'un ſeul & unique centre de gravité

Pour parvenir maintenant à la connoiſſance de ce même centre, il faut rapporter des loix & des principes, afin de fonder une théorie.

THÉORIE.

Examen de la cauſe de la peſanteur.

Nous éprouvons que l'exiſtence d'un corps porte avec ſoi, un certain ſentiment que nous connoiſſons ſous le nom de *peſanteur*, & cette ſenſation devient d'autant plus grande, que le corps eſt plus gros ou plus étendu. Il eſt certain que cette peſanteur provient de quelque choſe qui eſt dans le corps même. Or, en le conſidérant, nos yeux n'y voyent que de la *matière* & une *forme*; c'eſt donc à l'une ou à l'autre de ces deux choſes qu'on doit l'attribuer, car néceſſairement la cauſe qui produit ce ſentiment, n'eſt pas hors de l'objet qui le fait ſentir; ainſi, pour parvenir à cette connoiſſance, il faut s'aſſurer à laquelle des deux on doit la rapporter.

Je ſuppoſe, en premier lieu, que ce ſoit à la *forme*. Dans cette ſuppoſition, il eſt clair que ſi la forme eſt la cauſe de la peſanteur, il doit réſulter que la même maſſe ou le même compoſé de matière, doit changer de peſanteur à meſure

qu'on en fera varier la forme ; de ſorte que, ſans altérer le nombre de ſes éléments ; la même matière doit plus ou moins peſer, en paſſant d'un état dans un autre, comme de la forme ſphérique à la forme cubique, & de celle-ci, à toute autre forme : ce qui eſt abſurde. Car ſi la peſanteur dépendoit de la forme, il eſt évident qu'une ſphère de deux pouces de diamètre devroit autant peſer qu'une autre ſphère dont le diamètre ſeroit double, triple, &c. puiſque la forme demeure conſtamment la même. Or, nous éprouvons que celle dont le diamètre eſt le plus long, eſt la plus peſante, toutes choſes d'ailleurs égales, & on ſait que cette peſanteur eſt réglée par le cube des diamètres ; d'où je conclus que ce n'eſt pas la forme qui produit la peſanteur. J'ajoute que l'expérience montre que la forme eſt indifférente, n'étant qu'une modification de la matière ; car dans l'uſage commun, on ſe ſert de la balance pour peſer toutes choſes indifféremment, ſans avoir égard à la forme ; d'où il ſuit, que l'expérience approuve d'une voix unanime & conſentement tacite, que ce n'eſt pas la forme qui produit la peſanteur. Une maſſe d'or ou d'argent ne peſe ni plus ni moins pour être en rond ou en quarré.

Suppoſons maintenant que la peſanteur ſoit produite par une combinaiſon de la forme avec la matière. Il eſt clair, dans cette ſuppoſition, que les mêmes inconvéniens ſubſiſtent ; d'où il ſuit encore que ce n'eſt pas la forme qui concourt à produire la peſanteur, & que la figure d'un corps y eſt indifférente : conſéquemment, il faut néceſſairement conclure que c'eſt la matière qui eſt la cauſe poſitive de la peſanteur. Or, la matière ne peut ſe meſurer que par le nombre de ſes éléments ; il faut donc conclure encore, que ce ſont les parties élémentaires ou parties intégrantes d'un corps qui doivent ſervir à la régler ; par conſéquent, il faut examiner quelle eſt la loi qui s'obſerve à cet égard.

AXIOME I.

On voudra bien m'accorder comme choſes claires & évidentes, que la longueur d'une ligne, la grandeur d'un plan, le compoſé d'un ſolide, ne ſont étendus ſous leurs dimenſions, qu'en raiſon des parties intégrantes ou éléments qui les compoſent ; conſéquemment, plus une ligne eſt longue ; plus un plan eſt grand ou étendu ; plus un ſolide eſt gros & long ; plus il y a de matière ou de parties élémentaires dans le compoſé : ce qui eſt évident.

AXIOME II.

On voudra bien auſſi m'accorder, que la peſanteur d'un corps eſt relative au nombre de ſes éléments, puiſqu'on vient de prouver que la forme y eſt indifférente : il eſt clair, que plus il eſt grand, plus il eſt étendu ; que plus il eſt étendu, plus il a d'éléments ; que plus il a d'éléments, plus il a de peſanteur : ce qui eſt évident.

D'où il ſuit néceſſairement, que la propre peſanteur d'un corps, étant relative à la maſſe du compoſé, elle demeure conſtamment en même raiſon que les éléments : ce qui eſt inconteſtable.

COROLLAIRE I.

De-là il ſuit que les parties intégrantes d'un corps, ſont la cauſe phyſique de ſa *propre peſanteur.*

COROLLAIRE II.

Puiſque la propre peſanteur eſt en même raiſon que les éléments ; il eſt évident, que quand deux corps homogènes auront même nombre d'éléments, ils auront néceſſairement même peſanteur ; par conſéquent, ils feront l'équilibre dans la balance ordinaire.

COROLLAIRE III.

Il est clair que quelle que soit la configuration de deux corps homogènes, soit qu'ils soyent semblables ou disparates, s'ils ont même nombre d'éléments, ils auront nécessairement même pesanteur, puisqu'il a été prouvé que la forme est indifférente ; par conséquent, ils feront l'équilibre sur le centre de gravité ou de suspension de la balance ordinaire.

COROLLAIRE. IV.

Puisque la propre pesanteur est réglée par les éléments, il est clair que la matière ne change point de pesanteur par l'arrangement de ses parties; ainsi une livre de cire, d'or, de plomb, ou de toute autre matière, disposée en quarré, en rond, ou sous toute autre forme, ne peut perdre de sa pesanteur, si ses parties intégrantes demeurent en même nombre dans ces différentes configurations : ce qui est évident & conforme à l'expérience.

Nota. Dans le Traité des forces mouvantes du Père J. G. Pardies, imprimé à Lyon en 1725, il s'exprime ainsi, art. 23, pag. 238 : « Un corps ne change point de pesanteur pour » changer de figure ou de situation; & il dit :

» nous devons faire réflexion, qu'un corps ne » change point en ſoi de peſanteur, pour changer de figure ou de ſituation; ainſi une maſſe » de plomb, qui peſe une livre lorſqu'elle ſera » ronde, peſera encore une livre lorſqu'elle ſera » quarrée, ſoit qu'elle regarde le midi ou l'orient; & ſi on poſoit cette maſſe de plomb » dans le plat d'une balance, on trouveroit toujours le même poids, & de même l'effort » qu'elle feroit étant ſuſpendue librement à un » clou par un filet feroit toujours le même, » quelque figure, ou quelque ſituation qu'elle » puiſſe avoir ». Ceci eſt conforme aux principes qu'on vient d'expoſer.

Il eſt clair que l'équilibre doit ſon effet à la peſanteur, comme la peſanteur doit ſon origine aux éléments; conſéquemment les éléments produiſent la peſanteur, comme l'égalité des peſanteurs produit l'équilibre, & comme es cauſes vont avant les effets; il s'enſuit que les éléments marchent les premiers; partant, l'équilibre eſt ſubordonné aux éléments. Ceci doit ſervir à diſtinguer la cauſe d'avec l'effet, pour éviter confuſion. Cela poſé, on voudra bien me permettre de faire rapporter les loix de l'équilibre à deux principes généraux.

Loix de l'Equilibre.

Pour cela je diſtingue deux eſpèces de peſanteurs, l'une propre, l'autre relative ; la première eſt celle dont on vient de parler, où les corps ne peſent qu'en raiſon de leurs propres éléments, ou parties intégrantes ; c'eſt la *balance ordinaire* qui ſert à les peſer.

La peſanteur relative eſt d'un autre genre : elle ſe fait par la propre peſanteur des corps combinée avec leurs diſtances du centre de gravité, comme dans la *balance romaine*, où les corps inégaux ſont peſés à l'aide de la réciprocité. Ainſi, il y a deux ſortes d'équilibres, l'un ſur la *balance ordinaire*, par l'égalité des parties d'un corps qui s'appuyent ſur ſon propre centre de gravité, & l'autre ſur la *balance romaine*, par les parties inégales de ce même corps.

REMARQUE.

Sur quoi il eſt néceſſaire de remarquer ; qu'en ſe ſervant de l'un ou de l'autre moyen, on parvient néceſſairement à déterminer le centre de gravité du même corps, c'eſt-à-dire, le point ſeul & unique ſur lequel il demeureroit en équilibre étant entier & appuyé ſur un pivot : ce qui ſera démontré au théorême cinquième.

DÉTERMINATION

Du centre de gravité d'un triangle rectiligne.

Maintenant pour appliquer ces principes, je ſuppoſe un corps de deux dimenſions, tel que le triangle A B C (fig. 2.) qui eſt un plan. Il eſt clair que ce plan ne peut peſer que par les éléments de ſa ſurface. Il eſt queſtion de le mettre en équilibre appuyé ſur ſon propre centre de gravité ; or il eſt certain que toute la difficulté ne conſiſte qu'à déterminer ce centre.

Pour y parvenir, je diviſe chacun des trois côtés de ce triangle, en deux également aux points D, E, G, & par les points angulaires ; je tire les lignes B D, A E, C G, qui par leur concours, s'entrecoupent au point O : je dis que le point O, ainſi déterminé, eſt le centre de gravité du triangle A B C propoſé, & que cette ſurface étant ſoutenue par la pointe d'une aiguille placée au point O, elle y demeurera en équilibre dans une ſituation parallele à l'horiſon.

Pour le démontrer; les triangles qui ont même hauteur, ſont entr'eux comme leur baſe, (Euclide, Lib. 6. prop. 1); donc les triangles B C D, B A D, qui ont même hauteur, ont

leurs éléments en même raiſon que la baſe CD eſt à la baſe AD, & comme ces deux baſes ſont égales par la conſtruction, il s'enſuit que les ſurfaces des triangles BCD, BAD, ſont auſſi égales : d'où il ſuit par la théorie, qu'elles ont même peſanteur ; par conſéquent la ligne BD, coupe la ſurface du triangle ABC, en deux parties égales; partant, la ſurface du triangle BCD, avec celle du triangle BAD, ſont en équilibre ſur la ligne BD, à cauſe de leur égalité ; d'où il ſuit, que le centre de gravité du triangle ABC propoſé, eſt un des points de la ligne BD.

Par un raiſonnement ſemblable, fait ſur chacun des deux autres côtés, on trouve que ce même centre eſt auſſi placé dans la ligne AE, de même que dans la ligne CG; & comme les trois lignes BD, AE, CG, n'ont que le ſeul point O de commun, il faut néceſſairement conclure, que le centre de gravité de la ſurface du triangle ABC propoſé, eſt placé au point O, donc le point O, eſt le ſeul point de cette ſurface, ſur lequel elle puiſſe demeurer en équilibre, y étant appuyée ou ſoutenue par un pivot : ce qu'il falloit démontrer.

Le centre de gravité, ainſi déterminé, ne peut faire aucune difficulté, de l'aveu de tous

les Géomètres : on peut consulter là dessus tous les Traités de méchaniques, pour voir que les Auteurs sont d'accord sur ce point.

Des Axes d'équilibre.

Ce qui paroît mériter attention, est d'expliquer pourquoi les plans sont en équilibre, lorsqu'ils sont appuyés sur toute la longueur de certaines lignes, telles que BD, AE, CG, (fig. 2.) pendant qu'ils ne peuvent plus demeurer dans cet état, étant appuyés sur la longueur de toute autre section, quoique les unes & les autres passent également par le centre de gravité.

Pour résoudre la question, je considère deux sortes de sections, qui peuvent se distinguer par leurs propriétés particulières. Je nomme les unes des *axes d'équilibres*, & les autres des *axes simples.*

Les axes d'équilibres, ont la double propriété de passer par le centre de gravité, & en même-tems de diviser les éléments de la surface en deux parties égales, afin de faire équilibre entre les parties coupées, comme on a pu le remarquer par la détermination du point O, dans le triangle ABC, (fig. 2).

Les axes simples au contraire, ne peuvent

réunir

réunir à la fois ces deux avantages; car s'ils passent par le centre de gravité, ils sont privés de la propriété de diviser également les éléments; mais s'ils font cette division, alors ils ne peuvent passer par ce centre.

Voilà des distinctions qui conduisent à connoître, non-seulement combien il y a d'*axes d'équilibre* dans une figure, mais encore le moyen assuré d'arriver à la détermination de son centre de gravité, en montrant les véritables termes d'où il faut partir; c'est ce qui sera démontré par la suite.

THÉORÊME I.

Le centre de gravité d'une figure, ne peut être affirmé par moins de trois axes d'équilibre, qui concourent au même point pour le déterminer par leur commune section.

Pour démontrer la vérité de ce Théorême, je considère qu'il est impossible de renfermer un plan par moins de trois lignes; que ce plan est un triangle, & que ce triangle a trois axes déquilibre essentiellement nécessaires à la détermination de son centre de gravité, comme il a été démontré à l'égard du triangle A B C, (fig. 2); par conséquent il faut au moins le concours de trois lignes qui divisent

chacune, la ſurface en queſtion en deux parties égales, pour être aſſuré que le point déterminé, eſt le centre de gravité : ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

Quoiqu'il ſoit rigoureuſement vrai qu'on ne peut déterminer le centre de gravité, que par trois ſections, néanmoins comme ce centre n'eſt qu'un point, & que la ſection de deux lignes détermine le point, il demeure certain, que la ſection de deux plans ſera ſuffiſante, toutes les fois qu'on ſera aſſuré de quelle manière on doit les mener, c'eſt-à-dire, de quel point on doit partir.

THÉORÊME II.

Si dans un triangle rectiligne quelconque, on mène comme on voudra des ſections par ſon centre de gravité, je dis qu'aucune de ces ſections, ne pourra être axe d'équilibre, excepté les trois qui paſſeront par les points augulaires, qui ſont les ſeuls qu'il ſoit poſſible d'y trouver à l'effet de déterminer ce centre.

Pour le démontrer : je conſidère, 1°. le triangle ABC, (fig. 2), & je conſidère dis-je, que s'il étoit ſoutenu en l'air par un pivot placé au point O, il eſt certain que cette ſurface

y demeureroit en équilibre dans une ſituation parallele à l'horiſon. 2°. Que les lignes BD, AE, CG, coupant chacune, les éléments de la figure en deux parties égales, il ſe fait un équilibre ſur chacune, entre les deux parties coupées, parce qu'elles réſiſtent l'une à l'autre par l'effet de leur propre peſanteur, à cauſe que ces peſanteurs ſont en même raiſon que les éléments coupés; d'ailleurs chacun de ces équilibres a pour appui la longueur de la ſection ſur laquelle il repoſe. 3°. Que ces trois lignes font une ſection commune au point O, qui y détermine le centre de gravité: par conſéquent, les trois ſections BD, AE, CG, ſont les trois *axes d'équilibre* du triangle ABC, parce qu'ils ont chacun la double propriété qui ſert à les caractériſer. Il eſt queſtion de démontrer, qu'il eſt impoſſible, qu'il y en ait d'avantage dans cette figure.

Soit le triangle ABC, (fig. 3), dont le centre de gravité eſt affirmativement au point O, comme il a été démontré. Par ce même point O, je mène au côté AC, la parallele PQ, & je dis qu'il eſt impoſſible que PQ ſoit un axe d'équilibre.

Pour le prouver, je ſuppoſe un plan d'appui indéfini, ſur lequel repoſe la ſection PQ, pour

ſoutenir en l'air le plan ABC, du triangle. Il eſt clair que dans cet état, les parties coupées par PQ, ſeront en équilibre, ſi les éléments ſont égaux de part & d'autre de cette ſection : il faut donc s'aſſurer ſi cela eſt ainſi ; c'eſt pourquoi par le point Q, je mène au côté AB, ſa parallele QT ; au moyen de quoi, les triangles POG, QOT, ſont égaux & ſemblables ; car PO=QO, puiſque AD=CD par la conſtruction. Or le triangle ACG, eſt la moitié du triangle ABC : d'où il ſuit que le trapèſe PACQ, eſt plus grand que cette moitié de la valeur du triangle CTQ, à cauſe des triangles égaux POG, QOT, qui font entr'eux compenſation ; par conſéquent, le trapèſe PACQ, a plus d'éléments que le triangle BPQ ; d'où il ſuit qu'il y a inégalité dans les peſanteurs de ces deux ſurfaces ; conſéquemment elle ne peuvent reſter en équilibre ſur la longueur de la ligne PQ : partant PQ, ne peut être un axe d'équilibre.

Par un raiſonnement ſemblable au précédent, on trouve que le même effet arrive à l'égard des autres ſections menées par le même centre parallelement aux deux autres côtés du triangle ABC. Il reſte donc à prouver que les obliques menées entre les paralleles PQ,

AC, ſont encore dans les mêmes circonſtances.

Pour le démontrer, je ſuppoſe que la ligne PQ, prolongée de part & d'autre s'il eſt néceſſaire, tourne ſur le point O, où elle eſt appuyée comme ſur un pivot, & qu'en ſe mouvant ſur ce centre, elle paſſe de P en A, & de P en G. Il eſt clair, que l'inégalité obſervée entre les parties coupées par la ligne PQ, décroit inſenſiblement, juſqu'à ce qu'enfin cette ligne prenne la ſituation des lignes AE, CG, & dans cet état, cette inégalité devient nulle; d'où il ſuit que les deux parties du plan coupé, par toutes les ſections imaginables faites entre les points P, A, & P, G; par le mouvement de la ligne PQ, ne peuvent entr'elles faire équilibre, à cauſe de leurs inégalités, & à cauſe que cette inégalité s'évanouit aux points A, G; j'en conclus, qu'il n'y a dans tout triangle rectiligne, que les trois ſections qui paſſent par les points angulaires, qui puiſſent être des *axes d'équilibres*; par conſéquent, il ne peut y avoir dans la figure propoſée, que les trois ſections BD, AE, CG, propres à déterminer ſon centre de gravité : ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il eſt évident, que ce ſont les trois points

angulaires d'un triangle qui servent de premiers termes à la détermination de son centre de gravité, & comme le nombre des angles répond à celui des côtés, on pourroit peut-être conclure, que dans toute figure polygone, il y a autant d'axes d'équilibre que de côtés; mais on ne doit rien hazarder : d'ailleurs, je n'entrerai point dans cet examen, qui devient inutile à mon objet.

THÉORÊME III.

Si dans un triangle rectiligne, on mène comme on voudra des sections au travers de sa surface, qui la coupent en deux parties égales; je dis que trois de ces sections, excepté celles qui passeront par les angles, ne peuvent se réunir dans un point, à l'effet d'y faire une commune section; conséquemment qu'aucune ne peut passer par le centre de gravité : d'où il suit qu'aucune ne peut être axe d'équilibre.

Pour le démontrer, je suppose que le triangle ABC, (fig. 4), soit alternativement mis en équilibre sur des plans paralleles à ses côtés, tels que PQ, *pq*, *xy*. Il est clair que pour que cela soit, il faut nécessairement que chacun de ces plans coupe la surface de ce triangle en deux parties égales, puisqu'il a été

prouvé, que la pesanteur est en même raison que les éléments. Or, la conclusion qu'on en tire, est que le concours de ces trois sections est impossible : il en résulte trois points différents, qui forment entr'eux le triangle *mnr*, semblable au proposé, l'un & l'autre de ces triangles ont le même point pour centre de gravité ; par conséquent aucun des points ainsi déterminés, ne peut être le centre de gravité demandé. Si les plans sont inclinés ou rencontre encore le même résultat : d'où s'ensuit qu'il est impossible de parvenir au centre de gravité, si les trois sections propres à le déterminer ne passent pas par les points angulaires, seul cas ou elles peuvent concourir ; donc, &c. ce qu'il falloit démontrer.

THÉORÊME IV.

Dans tout triangle rectiligne, à compter du sommet des angles, le centre de gravité est posé sur les $\frac{2}{3}$ de la longueur de chacune des lignes qui divisent sa surface comme ses côtés en deux parties égales.

Pour le démontrer : soit le triangle ABC, (fig. 2), dont la surface & les côtes sont coupés en deux parties égales aux points D, E, G, par les lignes BD, AE, CG, lesquelles déter-

minent au point O, le centre de gravité du même triangle, comme il a été démontré. Il eſt queſtion maintenant de prouver, aux termes de ce théorême, que dans tous les cas BO, eſt double de DO; AO, double de EO; & CO, double de GO; ou ce qui revient au même, que BO eſt les $\frac{2}{3}$ de BD; que CO, eſt les $\frac{2}{3}$ de CG; & AO, les $\frac{2}{3}$ de AE.

CONSTRUCTION.

Je tire par les points D, E, G, les droites DE, DG, GE, qui forment le triangle rectiligne DEG, lequel eſt ſemblable au triangle ABC. La choſe eſt évidente, de ce que chaque côté de ce dernier eſt partagé en deux également par les côtés du premier : d'où il ſuit qu'ils ſont coupés proportionnellement: partant, ils ſont ſemblables.

Mais à cauſe de cette ſimilitude, les lignes AC, GE; BC, GD; AB, DE; ſont paralleles : partant $DE = GB = GA : DG = EB = EC : GE = DC = DA$.

Pour plus de facilité, je fais $AC = a$. $BD = b$. $AE = c$. $CG = d$. d'où il ſuit que $GE = \frac{a}{2}$. Il faut donc prouver, ſelon la teneur de ce théorême, que $BO = \frac{2BD}{3} = \frac{2b}{3}$. que $CO = \frac{2CG}{3} = \frac{2d}{3}$. & que $AO = \frac{2AE}{3} = \frac{2c}{3}$.

DÉMONSTRATION.

1°. *Pour* $BO = \frac{2BD}{3} = \frac{2b}{3}$.

Les droites AC, GE, étant paralleles, & la ligne AC, coupée en deux également au point D; il eſt clair, que la ligne GE, eſt auſſi coupée en deux également au point P, par la droite BD. Mais $GE = \frac{a}{2}$; conſéquemment $PE = \frac{a}{4} = PG$.

Il eſt clair à cauſe des paralleles, que les triangles rectilignes DCO, PGO, ſont ſemblables, car l'angle alterne DCO, eſt égal à l'angle PGO, & en outre les angles DOC, POG, ſont oppoſés au ſommet; ainſi ils ſont auſſi égaux; donc &c.

Les triangles DCO, PGO étant ſemblables, les lignes DC, DO, PG, PO, ſont proportionelles; il y a donc même raiſon de $DC\left(\frac{a}{2}\right) : DO :: PG\left(\frac{a}{4}\right) : PO$. Multipliant les antécédents par 2, il vient $2\,DC\,(a) : DO :: 2PG\left(\frac{a}{2}\right) : PO$. Mettant AC pour 2DC, & GE pour 2PG, il vient $AC\,(a) : DO :: GE\left(\frac{a}{2}\right) : PO$. *Componendo*, il vient. $\overline{AC\,(a) + GE\left(\frac{a}{2}\right)} : \overline{DO + PO} :: AC\,(a) : DO$. Mais $\overline{DO + PO} = PD$, & PD eſt la

moitié de BD, à cauſe de la poſition des points G, E; ainſi, $PD = \frac{b}{2}$. Subſtituant donc cette valeur il vient. $\overline{AC\,(a) + GE\,(\frac{a}{2})} : PD\,(\frac{b}{2}) :: AC\,(a) : DO$, ou plus ſimplement. $\overline{a + \frac{a}{2}} : \frac{b}{2} :: a : DO$. ou $\frac{3a}{2} : \frac{b}{2} :: a : DO$. multipliant les deux premiers termes par 2, & diviſant les antécédents par a, il vient $3 : b :: 1 : DO$. d'où je tire $DO = \frac{b}{3} = \frac{BD}{3}$. partant $BO = \frac{2b}{3} = \frac{2BD}{3}$: ce qu'il falloit prémièrement démontrer.

2°. *Pour* $CO = \frac{2CG}{3} = \frac{2d}{3}$.

A cauſe de la ſimilitude des mêmes triangles DCO, PGO; il y a même raiſon de $DC\,(\frac{a}{2}) : CO :: PG\,(\frac{a}{4}) : GO$. multipliant les antécédents par 2, & ſubſtituant, il vient. $AC\,(a) : CO :: GE\,(\frac{a}{2}) : GO$. *Componendo.* $\overline{AC\,(a) + GE\,(\frac{a}{2})} : \overline{CO + GO} :: AC\,(a) : CO$. mais $\overline{CO + GO} = CG = d$. Ainſi en ſubſtituant il vient $\overline{AC\,(a) + GE\,(\frac{a}{2})} : CG\,(d) :: AC\,(a) : CO$. ou $\frac{3a}{2} : d :: a : CO$.

multipliant les antécédents par 2, & les divisant par a, il vient $3 : d :: 2 : CO$. d'où je tire $CO = \frac{2d}{3} = \frac{2CG}{3}$: ce qu'il falloit démontrer.

3°. *Pour* $AO = \frac{2AE}{3} = \frac{2c}{3}$.

Les deux triangles ADO, EPO sont encore semblables. Il y a donc même raison de $AD\left(\frac{a}{2}\right) : AO :: PE\left(\frac{a}{4}\right) : EO$. multipliant les antécédents par 2, & substituant, il vient $AC\,(a) : AO :: GE\left(\frac{a}{2}\right) : EO$. en composant il vient. $\overline{AC(a) + GE\left(\frac{a}{2}\right)} : \overline{AO + EO} :: AC\,(a) : AO$. mettant $AE = c$, pour $\overline{AO + EO}$, il vient $AC\,\overline{(a) + GE\left(\frac{a}{2}\right)} : AE\,(c) :: AC\,(a) : AO$. ou plus simplement $\frac{3a}{2} : c :: a : AO$. multipliant les antécédents par 2, & les divisant par a, il vient $3 : c :: 2 : AO$. d'où je tire $AO = \frac{2c}{3} = \frac{2AE}{3}$: ce qui restoit à démontrer.

THÉORÊME V. *Important.*

Si on coupe une surface en deux parties égales & inégales, pour mettre ces parties en équilibre sur la balance ordinaire en l'appuyant sur un pivot, & sur la balance romaine par

l'effet de la réciprocité; je dis que le centre de gravité de ces deux équilibres, eſt dans le même point de cette ſurface.

DÉMONSTRATION.

Pour le prouver, je me ſers du même triangle ABC, dans l'état qu'on le voit dans la figure deuxième; je ne fais qu'y ajoûter la conſtruction ſuivante (fig. 5).

On a déjà vu que les lignes BD, AE, CG, coupoient chacune cette ſurface en deux parties égales, & que ſon centre de gravité étoit au point O, ſur lequel elle étoit en équilibre comme ſur la balance ordinaire.

Je la coupe maintenant en deux parties inégales par la ligne BR, afin d'établir un ſecond équilibre ſur la balance romaine entre les triangles inégaux ABR, BCR, que je ſuppoſe dans le rapport de *a* à *b*, & afin de prouver que le même point O, eſt auſſi le centre de gravité de ce dernier équilibre; qu'ainſi l'un & l'autre de ces moyens, conduit au même but, c'eſt-à-dire, à la même détermination.

Il eſt clair que pour mettre les deux parties inégales du triangle ABC en équilibre, il faut ſe ſervir de la réciprocité; c'eſt pourquoi, il

faut chercher le centre de gravité particulier de chacun des triangles ABR, BCR.

A l'égard du premier, il eſt clair par les principes ci-deſſus, qu'ayant diviſé AR, BR, en deux également aux points F, P, & tiré les lignes BF, AP, GR, leur ſection en M. eſt le centre de gravité du triangle ABR.

A l'égard du deuxième, je diviſe RC, en deux également au point H, & je tire les lignes BH, CP, RE, qui déterminent par leur ſection au point N, le centre de gravité du triangle BCR.

Enſuite je joins les points M, N, par la droite MN ſur les extrêmités de laquelle portent ces deux centres de gravité, ou la peſanteur abſolue, de ces deux triangles pour être mis en équilibre comme ſur la balance romaine à l'aide de la réciprocité : & je dis encore que le centre de gravité de cet équilibre eſt le même point O, ſur lequel la ſurface du triangle ABC, appuyée ſur un pivot, demeure en équilibre.

Pour le démontrer, je fais AC $=$ *c*. Il eſt clair que les triangles ABC, ABR, BCR, ont une même hauteur que je nomme *n*; mais les triangles qui ont même hauteur ſont entr'eux comme leurs baſes : d'où il ſuit, que puiſque les triangles ABR, BCR, ſont dans le rapport

de a à b, la baſe du premier peut-être $AR = a$, & celle du ſecond $CR = b$. cela poſé il s'enſuit que $AR + CR = AC$. ou ce qui eſt la même choſe, $a + b = c$. mais à cauſe de la hauteur n commune, la ſurface du triangle ABR eſt $\frac{an}{2}$, & celle du triangle BCR, eſt $\frac{bn}{2}$.

En premier lieu, il faut prouver que la droite MN, eſt parallele à AC. la choſe eſt évidente par le théorême quatrième, en ce que BM eſt les $\frac{2}{3}$ de BF; comme BO eſt les $\frac{2}{3}$ de BD; & BN, les $\frac{2}{3}$ de BH. ainſi la ligne MN, coupe les côtés du triangle FBH, proportionnellement, ce qui ne pourroit pas arriver, ſi MN n'étoit pas parallele.

Mais à cauſe que la raiſon de BM à BF, eſt la même que celle de BO à BD; il s'enſuit que le point O, eſt un des points de la ligne MN : par conſéquent ce même point eſt dans les quatre lignes BD, AE, CG, MN.

Il eſt évident que MN, eſt les $\frac{2}{3}$ de FH : car il y a même raiſon de BF à FH :: BM $\left(\frac{2BF}{2}\right)$: MN. il s'agit donc de déterminer FH, pour connoître MN.

Par la conſtruction $AR = a$, & AF en eſt la moitié, conſéquemment $AF = \frac{a}{2} = FR$. de même $CR = b$, & le point H, diviſe cette

longueur en deux également; au moyen de quoi $CH = \frac{b}{2} = RH$. d'où il ſuit que $FR\left(\frac{a}{2}\right) + RH\left(\frac{b}{2}\right) = FH$; ainſi $FH \frac{a+b}{2}$. Mais cette valeur eſt la moitié de la ligne $AC = c$, puiſqu'on a trouvé ci-devant que $a + b = c$. mettant donc $\frac{c}{2}$, en place de $\frac{a+b}{2} = \frac{AC}{2}$, on a $FH = \frac{c}{2} = \frac{AC}{2}$. or MN, étant les $\frac{2}{3}$ de FH, comme il a été prouvé, ſa valeur eſt, $MN = \frac{c}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{c}{3}$. ainſi $MN = \frac{c}{3}$. c'eſt-à-dire, que MN eſt le tiers de la longueur de la baſe AC.

Cela déterminé, je conſidere la ligne MN, comme un levier, aux extrémités duquel eſt ſuſpendue la matière des deux triangles inégaux ABR, BCR, leſquels ne peuvent peſer que par l'étendue de leurs ſurfaces, qui eſt réglée par le nombre de leurs éléments, comme il a été démontré : dans cet état, il eſt clair qu'ils vont être peſés comme ſur la *balance romaine*; c'eſt pourquoi il s'agit de trouver le centre de gravité de cet équilibre, qui eſt néceſſairement dans la droite MN. or s'il eſt au point O, comme on l'a dit ci-deſſus, il faut néceſſairement que la peſanteur du triangle $ABR \left(\frac{a\,n}{2}\right)$;

ſoit à celle du triangle BCR $\left(\frac{bn}{2}\right)$; comme NO, eſt à MO: ce qu'il s'agit de vérifier.

Pour cela je prend MO $= x$; au moyen de quoi, MN $\left(\frac{c}{3}\right) -$ MO$(x) =$ NO $= \frac{c}{3} - x$; ainſi NO $= \frac{c-3x}{3}$.

Cela poſé, il eſt clair par les loix de la réciprocité, que ABR $\left(\frac{an}{2}\right)$: BCR $\left(\frac{bn}{2}\right)$ :: NO $\left(\frac{c-3x}{3}\right)$: MO (x). ou $\frac{an}{2} : \frac{bn}{2} :: \frac{c-3x}{3} : x$. diviſant les deux premiers termes par $\frac{n}{2}$, il vient cette analogie. $a : b :: \frac{c-3x}{3} : x$. multipliant les antécédents par 3, il vient celle-ci. $3a : b :: c - 3x : x$. ce qui donne cette équation. $3ax = bc - 3bx$ d'où je tire $x = \frac{bc}{3a+3b} =$ MO. par conſéquent, NO $= \frac{ac}{3a+3b}$.

Voilà donc les deux parties inégales de la ſurface du triangle ABC en équilibre ſur la balance romaine, & le centre de gravité de cet équilibre déterminé par la loi des diſtances réciproques: il ne s'agit donc plus que de s'aſſurer, ſi ce centre eſt véritablement le même point O, ſur lequel la même ſurface demeure en équilibre appuyée ſur un pivot.

Pour cela je conſidere, que le point D, par

la

la construction, partage la ligne AC, en deux également : d'où il suit, que $AD = \frac{c}{2} = \frac{AC}{2}$, puisque $AC = c$.

Il est clair, que si de AH, on retranche AD, il reste DH pour leur différence. Mais $AC = c$, & $CH = \frac{b}{2}$; conséquemment, $AH = AC(c) - CH(\frac{b}{2})$: partant $AH = c - \frac{b}{2} = \frac{2c-b}{2}$. & $AH\left(\frac{2c-b}{2}\right) - AD\left(\frac{c}{2}\right) = DH$: ainsi, $DH = \frac{c-b}{2}$.

A cause des paralleles FH, MN, les lignes FH, MN, DH, NO, sont proportionnelles : il y a donc même raison de. $FH\left(\frac{c}{2}\right) : MN\left(\frac{c}{3}\right) :: DH\left(\frac{c-b}{2}\right) : NO(v)$. ou $\frac{c}{2} : \frac{c}{3} :: \frac{c-b}{2} : v$. divisant les deux premiers termes par c, il vient cette analogie. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} :: \frac{c-b}{2} : v$. multipliant les antécédents par 2, il vient celle-ci. $1 : \frac{1}{3} :: c-b : v$. d'où je tire $v = \frac{c-b}{3} = NO$.

Mais ci-dessus on a trouvé $NO = \frac{ac}{3a+3b}$: par conséquent j'ai cette équation $\frac{c-b}{3} = \frac{ac}{3a+3b}$ qui se réduit en premier lieu à $c - b = \frac{ac}{a+b}$. multipliant, il vient $ac - ab + bc - b^2 = ac$. qui se réduit à $-ab + bc - b^2 = 0$. divisant

par b, il vient. $-a+c-b=o$: d'où je tire enfin, $c=a+b$, comme auparavant pour la longueur de la base AC, du triangle ABC proposé. D'où il suit incontestablement que le point O, est le centre de gravité commun, tant de l'un que de l'autre équilibre, ce qui est évident de ce que la même égalité se retrouve.

Il demeure donc certain que les sections BD, AE, CG, qui divisent chacune la surface du triangle ABC proposé en deux parties égales, contiennent nécessairement chacune en soi le centre de gravité, tant de l'équilibre des deux parties inégales qui se fait sur la balance romaine, à l'aide de la réciprocité, que celui de la surface entière appuyée sur un pivot, comme dans la balance ordinaire, & que ce centre est un seul & même point sur lequel reposent ces deux équilibres : ce que je m'étois proposé de démontrer.

COROLLAIRE I.

De-là, il est visible, que soit que l'on cherche ce centre par l'égalité ou l'inégalité des deux parties d'un corps, on parviendra toujours incontestablement à déterminer le même point. L'égalité donne l'équilibre par la propre pesanteur des parties, sans aucune réciprocité, comme

dans la balance ordinaire ; & l'inégalité le donne comme ſur la balance romaine à l'aide de la réciprocité ; mais, c'eſt toujours ſur le même centre que repoſent ces deux équilibres, comme il eſt évident & ce qu'il convient de remarquer.

COROLLAIRE II.

De ce qu'il a été prouvé, 1°. que la forme eſt indifférente ; 2°. que la peſanteur eſt relative au nombre des éléments ; il eſt évident que la même vérité ſubſiſte, ſoit à l'égard des plans terminés par des courbes, ſoit à l'égard de ceux qui le ſont par des lignes droites ; ainſi ce théorême s'étend à tous les corps en général.

COROLLAIRE III.

Il eſt évident, d'ailleurs, que la peſanteur abſolue d'un corps qui l'entraîne vers le centre de la terre, ne doit pas changer ſa direction pour être coupé en parties égales ou inégales : les parties font toujours le tout, & c'eſt ce tout qui agit dans la deſcente ; ainſi ne changeant pas de peſanteur, ſon action reſte toujours la même ; par conſéquent, il ne peut changer de verticale. Ceci eſt la confirmation de ce qui vient d'être démontré.

Ce théorême peut ſervir de correctif à ceux

qui ont du penchant à ſe laiſſer entraîner à l'opinion chimérique qu'on ne peut arriver à l'équilibre, qu'en ſe ſervant de la réciprocité; ils verront par-là, que c'eſt une prétention mal fondée, une erreur manifeſte, puiſqu'on vient de prouver que l'un ou l'autre moyen conduit poſitivement au même but: l'eſſentiel, eſt d'y atteindre.

Du Centre de Gravité d'un Secteur de Cercle.

Après avoir caractériſé la manière de diſtinguer les axes d'équilibres d'avec les autres ſections, c'eſt-à-dire, celles qui contiennent eſſentiellement, chacune en ſoi, le centre de gravité demandé, & qui ont la propriété de concourir entr'elles pour le déterminer par une commune ſection, il eſt utile de paſſer à la conſidération d'un ſecteur de cercle, pour montrer qu'il a en ſoi, toutes les propriétés d'un triangle iſocèle rectiligne. En effet, il n'en diffère viſiblement qu'en ce que l'arc qui lui ſert de baſe, eſt une portion de cercle. Au ſurplus, ce ſont les mêmes loix & les mêmes principes qui agiſſent pour l'un comme pour l'autre, ſoit dans la manière d'être meſurés, ſoit dans la détermination du centre de gravité.

Il eſt certain qu'une figure plane quelconque, a néceſſairement un centre de gravité; il

eſt encore certain qu'il ne peut y avoir dans ſa ſurface, qu'un ſeul & unique point qui correſponde à ce centre.

Il a été démontré que ce même point ne pouvoit ſe déterminer que par le concours de trois équilibres ſimples, & que chacun de ces équilibres étoit ſubordonné à l'action de la peſanteur ; que l'action de la peſanteur elle-même étoit produite par les éléments ; qu'ainſi, pour arriver à l'équilibre, il falloit néceſſairement que les éléments du plan coupé fuſſent diviſés également, & que dans cet état, ils étoient en équilibre. On a nommé *axes d'équilibre*, toutes les ſections qui partagent ainſi la ſurface en deux parties égales, & qui ont en même-temps la faculté de concourir entr'elles dans un même point, pour y faire une commune ſection.

Il a été prouvé par le théorême deuxieme, à l'égard du triangle rectiligne, qu'il n'y avoit uniquement dans cette figure, que trois ſections ou axes d'équilibres propres à déterminer ſon centre de gravité, &qu'elles dépendoient du nombre de ſes angles ; que ces ſections devoient néceſſairement paſſer par les points angulaires, ſans quoi, il étoit impoſſible qu'elles puſſent l'atteindre, ni concourir dans un point. Il eſt queſtion de démon-

trer que le ſecteur de cercle a précisément les mêmes propriétés ; c'eſt pourquoi je préſenterai la choſe ſous la forme d'un théorême.

THÉORÊME VI.

Si dans un ſecteur du cercle quelconque, on mène comme on voudra des ſections rectilignes par ſon centre de gravité, je dis : qu'aucune de ces ſections ne peut être axe d'équilibre, *excepté les trois qui paſſent par les points angulaires, c'eſt-à-dire, celles tirées des extrémités de l'arc & de l'angle rectiligne, qui ſont les ſeules qu'il ſoit poſſible d'y trouver, à l'effet de déterminer ce centre.*

Pour le démontrer : ſoit le ſecteur ACR (fig. 6.), dans lequel je tire la corde AR de l'arc ; au moyen de quoi, je forme le triangle rectiligne & iſocèle inſcrit ACR. Je diviſe chacun de ſes côtés en deux également aux points D, E, G, par leſquels & par les points angulaires, je mène les lignes AD, RE, CG. Il eſt évident que leur commune ſection au point O, y détermine le centre de gravité du triangle rectiligne ACR, comme il a été démontré.

Maintenant, je conſidère que pour trouver le centre de gravité du ſecteur, comme de toute autre figure, deux conditions ſont requiſes. La

premiere, eſt que les éléments de ſa ſurface ſoient coupés en deux parties égales de la même manière que dans le triangle rectiligne, afin que les parties de cette ſection puiſſent entr'elles faire équilibre, puiſqu'il a été démontré, que la peſanteur, eſt en même raiſon que les éléments.

La *deuxieme* eſt que les lignes qui diviſent ainſi cette ſurface, ſe rencontrent dans un même point pour y déterminer par leur commune ſection le centre de gravité demandé.

Il a été démontré par le théorême premier, qu'il faut néceſſairement le concours de trois équilibres ſimples pour parvenir à le déterminer dans le triangle rectiligne. Or, puiſque c'eſt une néceſſité pour établir l'équilibre, que les éléments de la figure ſoient coupés en deux également par un axe qui lui ſerve d'appui; il eſt clair que le centre de gravité du ſecteur ACR, eſt un des points de la ligne CG; car, prolongeant CG, juſqu'en B, il eſt évident que cette ſurface eſt coupée comme il eſt requis à cauſe de l'égalité des arcs AB, BR, correſpondant chacun à la demi-corde AG, GR, de la ſoutendante de l'arc entier ABR, laquelle a été coupée au point G par le milieu: d'où il ſuit que la ligne CB eſt un axe

d'équilibqe du secteur. Nul ne doute de cette vérité à cause des parties coupées par CB, qui sont égales de part & d'autre de cette section, & dont les éléments se correspondent comparés chacun à chacun ; conséquemment le centre de gravité demandé, est nécessairement un des points de cette même ligne CB, qui contient aussi le point O, centre de gravité du rectiligne ACR.

Nota. Il y a des Académiciens de Province (*Rothom.*) qui admettent sans difficultés, que le centre de gravité du secteur est dans la ligne CB, à cause de l'uniformité des éléments qui sont de part & d'autre de cette même ligne. Ils conviennent en même-temps qu'un plan ne peut avoir qu'un seul centre de gravité ; mais ils n'en sont pas sûrs, car ils reviennent à dire, que ce centre pourroit bien être placé quelque part en-deçà ou au-delà de la même ligne CB. On oppose, que ce raisonnement n'est pas juste, n'étant pas possible que le centre de gravité du secteur, qui est unique, puisse être à la fois dans la ligne CB, & hors de cette ligne.

Il a été prouvé par le théorême premier, que le concours de trois axes d'équilibre, est nécessaire pour établir le centre de gravité d'une figure triangulaire. On vient de prouver à l'égard

du ſecteur ACR, qui eſt dans ce cas, que le ſien eſt dans la ligne CB : d'où il ſuit néceſſairement que cette même ligne contient en ſoi le point de ſection des trois axes d'équilibre propres à le déterminer ; conſéquemment, puiſque le premier CB eſt déja connu, il ne s'agit donc plus que de montrer les deux autres, & je dis qu'ils doivent être tirés des extrémités de l'arc du ſecteur excluſivement : ce qu'il convient de démontrer.

Il eſt clair que la ſurface du ſecteur, eſt plus grande que celle du rectiligne qui lui eſt inſcrit ; par conſéquent, le centre de gravité du premier doit être plus éloigné du point C, que n'en eſt le point O. Je ſuppoſe donc qu'il ſoit quelque part au-delà du point O, comme en N ; il eſt clair que cette poſition eſt indifférente, quant au raiſonnement.

Cela poſé, il eſt certain que pour arriver à connoître la véritable poſition du centre dont il s'agit, il faut néceſſairement remplir les deux conditions dont il a été parlé ; c'eſt pourquoi à cauſe que le ſecteur eſt un triangle, & que la ligne CB paſſe par l'angle C, je tire auſſi par les deux autres angles ; c'eſt-à-dire, par les extrémités de l'arc, & par le point N, les lignes AS, RM ; au moyen de quoi, j'ai les trois ſec-

tions CB, AS, RM, qui concourent au point N, qui eſt déja une des conditions demandées.

Pour remplir l'autre, je ſuppoſe que chacune des ſections CB, AS, RM, ſoit un *axe d'équilibre*, c'eſt-à-dire, que chacune diviſe la ſurface du ſecteur en deux parties égales, ce qui doit néceſſairement arriver ſi le point N eſt bien poſé : auquel cas les lignes CB, AS, RM, ſont les trois axes d'équilibre du ſecteur propoſé. On a dit qu'il ne pouvoit pas y en avoir d'autres, c'eſt ce qui reſte à prouver.

Il eſt clair d'après la ſuppoſition que le point N eſt placé comme il faut, que l'axe d'équilibre AS, diviſe la ſurface de ce ſecteur en deux parties égales ; d'où il ſuit, que le rectiligne ACS, eſt égal au mixte ASR ; conſéquemment, ces deux triangles ſont en équilibre ſur cet axe, puiſqu'il a été prouvé que les éléments ſont en même raiſon que leur propre peſanteur.

Cela poſé, je tire par le point N, à la corde AR, ſa parallèle PQ, qui diviſe le plan du ſecteur en deux parties quelconques, à ſavoir, le triangle rectiligne PCQ d'une part, & le trapeze mixte PRBAQ de l'autre. Il eſt queſtion de s'aſſurer ſi ces deux parties ſont entr'elles égales ou inégales.

Pour le faire, je tire QT, parallèle à CR; au moyen de quoi, les triangles rectilignes NPS, NQT, sont égaux & semblables, car PN = QN, à cause que CB divise AR en deux également. Or, le mixte ASR, est la moitié du plan du secteur; d'où il suit que le trapeze mixte, est plus grand que cette moitié de la valeur du triangle rectiligne ATQ, à cause des triangles égaux NPS, NQT, qui font entr'eux compensation; par conséquent, le trapeze mixte PRBAQ, a plus d'éléments que le triangle rectiligne PCQ. D'où il suit, qu'il a plus de pesanteur; conséquemment ces deux surfaces ne peuvent demeurer en équilibre sur la ligne PQ.

Cela connu, il est clair que la ligne PQ & ses semblables, qui sont dans les mêmes circonstances, c'est-à-dire, celles qui sont menées par le même centre, parallèlement aux côtés CA, CR, du secteur, ne peuvent être des axes d'équilibre.

Je considère ensuite que la différence qui se trouve entre les deux parties du secteur, coupées par PQ, diminue de Q en A, & de Q en M. J'en conclus que la ligne PQ, fait le partage le plus inégal qu'il soit possible; d'où il suit, que toutes les lignes obliques menées du

même centre N, entre les parallèles PQ, AR, ne peuvent pas être des axes d'équilibres, non plus que les premières.

Pour le ſentir, je ſuppoſe que la ligne PQ, prolongée de part & d'autre s'il eſt néceſſaire, tourne ſur le point N, où elle eſt appuyée comme ſur un pivot, & que par ce mouvement, elle arrive de Q en A, & de Q en M. Il eſt clair que la différence obſervée entre les parties coupées par PQ, décroît ſucceſſivement juſqu'à ce qu'enfin la ligne PQ, prenne la ſituation des lignes AS, RM: auquel cas cette différence devient nulle; d'où il ſuit que les deux parties du plan coupé au point N, par toutes les ſections imaginables faites entre les points Q, A, & Q, M, par le mouvement de la ligne PQ, ne peuvent entr'elles produire des équilibres à cauſe de leurs inégalités. Et comme cette différence s'évanouit aux points A, M; j'en conclus qu'il n'y a dans le ſecteur, que les ſeules ſections AS, CB, RM, paſſant par les extrémités de l'arc, & par l'angle C, qui ſoient propres à remplir la ſeconde condition, c'eſt-à-dire, de couper le plan du ſecteur, en deux parties égales. D'où il ſuit qu'il eſt impoſſible de trouver dans le ſecteur plus de trois ſections propres à l'effet de déterminer ſon centre

de gravité ; & comme les trois ſections CB, AS, RM, qui paſſent par les angles, rempliſſent exactement l'une & l'autre des conditions demandées, excluſivement à toutes autres ; j'en conclus affirmativement que le centre de gravité d'un ſecteur de cercle quelconque, eſt préciſément au point de concours des ſections menées par ſes angles ſur les côtés oppoſés, dont chacune diviſe ſa ſurface en deux parties égales : ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il eſt donc évident que le ſecteur de cercle a préciſément les mêmes propriétés que le triangle rectiligne, car dans l'un comme dans l'autre, il eſt impoſſible de trouver plus de trois *axes d'équilibre*, & ces axes ne peuvent paſſer par ailleurs que par les points angulaires. Or, dès l'inſtant que cette vérité eſt reconnue, on ne peut plus douter de l'exactitude de la détermination, puiſque le centre cherché eſt un point unique, lequel ne peut correſpondre, qu'à l'effet demandé, qui eſt auſſi unique.

PRINCIPES.

Des Equilibres en général.

On a déja dit qu'il y avoit deux ſortes d'é-

quilibres, l'un ſur la balance ordinaire, l'autre ſur la balance romaine. Il a été prouvé au théorême cinquième, que par l'un ou par l'autre moyen, on arrivoit préciſément au même but, c'eſt-à-dire, à déterminer le centre de gravité de la même ſurface. On a vu par les théorêmes deuxième & ſixième, la manière de déterminer ce centre.

On a encore prouvé que la peſanteur étoit en même raiſon que les éléments, & que la figure d'un corps étoit indifférente à ſa peſanteur; il reſte donc à démontrer que toutes ces choſes ſont immuables dans quelque ſyſtême qu'on les emploie, & ſous quelques variations qu'on les préſente.

Je dis en premier lieu, *que les équilibres qui réſultent de l'effet, des deux balances, ſont ſubordonnés à un ſeul & même principe.*

Pour le prouver, ſoit (fig. 7.) la peſanteur du poids $D = a$, & celle du poids $E = b$, ſoit encore la diſtance $CG = c$, & la diſtance $CF = d$; il eſt clair aux termes des loix de la réciprocité, que $D(a) : E(b) :: CF(d) : CG(c)$. Le produit des extrêmes eſt égal à celui des moyens; par conſéquent, $ac = bd$.

Cette équation ſuppoſe un équilibre ſur la balance romaine, entre des poids inégaux D, E;

mais en ſuppoſant le contraire, c'eſt-à-dire, que ces mêmes poids ſoient égaux entr'eux par leurs gravités ſpécifiques ; il s'enſuit que D (e) = E (b), mettant donc a pour b; dans l'équation précédente, il vient $ac = ad$; diviſant par a, il vient celle-ci $c = d$, qui montre que les bras CG (c), CF (d), ſont égaux entr'eux ; par conſéquent, l'équilibre ſe fait dans ce cas, comme dans la balance ordinaire. D'où il ſuit, qu'à peſanteurs égales, l'équilibre ſe fait comme dans la balance ordinaire, ſans aucune réciprocité ; mais lorſque ces peſanteurs ſont inégales, l'équilibre ſe fait alors comme ſur la balance romaine, à l'aide de la réciprocité ; ainſi je conclus, que l'effet de ces deux balances eſt dérivé du même principe, & que leur différence n'eſt qu'un accident : ce qu'il falloit démontrer.

De ce qu'il a été prouvé que la propre peſanteur, eſt relative au nombre des éléments, il s'enſuit, qu'il n'y a aucune néceſſité à ſuſpendre les corps par leur propre centre de gravité : il eſt viſible que de quelque manière qu'on le faſſe, cela ne peut en rien troubler l'équilibre.

2°. Dans la balance romaine, où les bras ſont inégaux de même que la peſanteur des

poids qui y sont suspendus, je dis : *que ce n'est pas la longueur de ces bras qui est la cause positive de l'équilibre, mais bien leur propre pesanteur* ; conséquemment, (fig. 7), le poids D (a), est au poids E (b) ; comme la solidité dxy du bras CF, est à la solidité cmn, du bras CG. Dans cette supposition, j'ai cette analogie D(a) : E(b) :: dxy : cmn, d'où je tire cette équation.

$$acmn = bdxy.$$

Il a été prouvé que la matière est la cause positive de la pesanteur, & que la forme des corps est indifférente. Il a encore été prouvé que les pesanteurs sont en même raison que les éléments ; d'où il suit que la pesanteur des bras CG, CF, que je suppose ici de matière homogène, sont entr'eux comme leurs solidités. Or, la solidité est la somme des éléments que chacun renferme dans son composé ; conséquemment, il y a donc même raison du poids D (a), au poids E (b) ; que de la pesanteur du bras CF, à la pesanteur du bras CG. D'où il suit que la longueur des bras n'est qu'un accident.

Je suppose que les deux bras de la balance romaine soient deux parallélipipèdes uniformes, c'est-à-dire, ayant deux dimensions égales,

égales ; il eſt clair dans cet état qu'ils ne diffèrent entr'eux que par leur troiſième dimenſion, que je ſuppoſe ici être la longueur. Or, par la trente-deuxième du onzième d'Euclide, les ſolides qui ont même baſe, ſont entr'eux comme leurs hauteurs. Ici, c'eſt la longueur qui fait la hauteur, & la matière eſt homogène.

Dans cette ſuppoſition, je prend $xy = mn$, pour les deux dimenſions égales. Subſtituant xy pour mn dans l'équation précédente, $acmn = bdxy$, il vient celle-ci, $acxy = bdxy$. diviſant par xy, il vient celle-ci, $ac = bd$. d'où je tire cette analogie. D (a) : E (b) :: CF (d) : CG (c), laquelle montre comme auparavant, que les deux poids ſont entr'eux, en raiſon réciproque de la longueur des bras.

Je ſuppoſe maintenant que la ſolidité de chaque bras, n'ait qu'une dimenſion égale de de part & d'autre, laquelle que ce ſoit, alors $x = m$. ſubſtituant x pour m, dans l'équation $acmn = bdxy$, il vient $acxn = bdxy$. diviſant par x, il vient celle-ci, $acn = bdy$, d'où je tire cette analogie. D (a) : E (b) :: dy : cn, qui montre que les deux poids ſont entr'eux comme les plans des deux dimenſions inégales des bras de la balance ; c'eſt-à-dire, comme la peſanteur de ces deux plans.

COROLLAIRE I.

De-là, il eſt évident que c'eſt la propre peſanteur des bras qui fait l'équilibre, & non pas leur longueur, ſi ce n'eſt par accident : tantôt par une ſeule dimenſion, ſi les deux autres ſont égales dans chacun ; tantôt par deux, s'il n'y en a qu'une d'égale de part & d'autre ; & enfin par toutes les trois, ſi elles ſont inégales entr'elles : d'où il ſuit néceſſairement que de quelque manière que les bras de la balance ſoient configurés, c'eſt-à-dire, qu'ils ſoient réguliers ou irréguliers ; qu'ils ſoient rallongés ou raccourcis, en les ſuppoſant traitables comme de la cire, afin de leur faire prendre toutes les formes imaginables ; tous ces changements ou variations ne peuvent troubler l'équilibre, tant que la ſolidité de chacun de ces bras demeurera la même, de part & d'autre du centre de gravité, ſous quelque forme que ce ſoit ; car il eſt viſible que leur propre peſanteur, qui eſt en même raiſon que leurs éléments, demeure conſtamment dans un même rapport avec celui des poids.

Il ſuit encore que l'inégalité dans la longueur des bras d'une balance ordinaire, ne peut apporter aucun trouble à ſa juſteſſe, comme on

l'a prétendu jusqu'ici : il suffit que le bras, le bassin & les cordes qui sont de part & d'autre du centre de gravité, soient ensemble également pesants, pour affirmer que la balance est juste, & que constamment elle pesera avec justesse : c'est chose qui peut être appliquée à l'expérience pour le vérifier ; d'ailleurs, il est sensible que si la balance est en équilibre étant vuide, elle y sera encore après avoir appliqué de part & d'autre, des pesanteurs égales.

Je dis de plus, que toute équation est l'expression d'un double équilibre ; car tandis que les éléments qui se trouvent de part & d'autre du signe d'égalité, en font un entre les grandeurs numériques ; la pesanteur absolue de ces mêmes éléments fait l'autre par leurs gravités spécifiques, ce qui est évident : d'où il suit qu'il y a des équilibres de 1°. 2°. 3°. 4°. &c... Après avoir déduit ces principes, je passe aux déterminations qui font l'objet de ce Mémoire.

PROBLÊME I.

Déterminer la position du centre de gravité de la surface d'un secteur du cercle quelconque, en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle.

Pour résoudre ce problême, je passe à la considération des secteurs de cercle (fig. 1, 8. 9.)

Il a été démontré que ces mêmes ſecteurs ſont des triangles qui ne diffèrent en rien des rectilignes, en ce qui touche le centre de gravité: leurs propriétés étant communes, ainſi que les loix de l'équilibre. Je remarque que quel que ſoit l'arc qui leur ſert de baſe, ils ont tous leurs ſommets au point central C de la ſphère qui leur eſt commun.

Il a encore été démontré que les rayons des circonférences que décrivent les centres de gravité, ſont perpendiculaires à l'axe de révolution, qui fait un de leurs termes; l'autre eſt le centre même de la figure. Mais à cauſe du mouvement angulaire qui ſe fait autour du centre C, pour décrire le demi cercle KBL; il eſt clair que tous les ſecteurs placés ſur ſon plan, peuvent être indifféremment inclinés au diamètre KL pris pour axe, ſoit qu'on les prenne au-deſſus, ou au-deſſous du cercle dont CB eſt le rayon; c'eſt pourquoi on peut réduire ces ſituations, à trois cas particuliers, qui donneront trois formules différentes dans la détermination dont il s'agit.

Le *premier* eſt celui où le centre de gravité du ſecteur eſt un des points de la droite CB, qui décrit le centre du mouvement de la circonvolution, comme on le voit, figure 8.

Le *deuxième*, lorſque la baſe du ſecteur ſe

trouve unie & confondue avec CB. *Nota.* On prend ici pour base la ligne droite inférieure qui fait le côté du secteur, tel que CR, CB, CR (fig. 1. 8. 9).

Le *troisième*, lorsque cette base fera un angle quelconque avec le rayon CB, comme à la fig. 9. où CR est la base.

Il est clair que dans les deux premiers cas, le secteur à une détermination fixe, par rapport à sa position ; mais dans le troisième, elle est indéterminée, à moins que l'arc RB (fig. 9.) ne soit donné de grandeur ; ainsi ce troisième cas, peut encore se subdiviser en deux autres : l'un ou l'arc RB est donné de grandeur, l'autre, où les arcs AR, RB, ont entr'eux un rapport quelconque.

De ces trois cas, je ne présenterai d'abord que le premier, pour laisser à mes lecteurs le temps de la réflexion ; les autres viendront ensuite, si on juge que je sois assez heureux pour arriver au succès de mon entreprise. Si je ne réussis pas, je leur épargnerai la peine d'un examen qui ne pourroit que les fatiguer ; mais s'ils trouvent que j'aie réussi, ils verront pour la première fois, une expression rigoureusement géométrique, qui montre le mélange de lignes droites & de cercle : ce qui servira de fonde-

ment à plusieurs résolutions utiles qui ont été jusqu'ici regardées comme impossibles, parce qu'elles ont résisté à la sagacité des plus grands Géomètres.

Premier cas.

Je reviens donc au premier cas où le centre de gravité est posé sur la perpendiculaire CB, à l'axe KL. Il est question de démontrer rigoureusement la position du centre de gravité du secteur ACR (fig. 8.); c'est pourquoi je vais proposer cette vérité en forme de théorême.

THÉORÊME VII.

La grandeur x, est le rayon d'un cercle, dont y est la circonférence; d, est le sinus droit de la moitié de l'arc d'un secteur quelconque, dont le centre de gravité est un des points de la droite CB, perpendiculaire à KL; a, en est le sinus complément; b, est l'exposant de la raison de la circonférence y, avec l'arc entier du secteur. Si on prend z, pour la longueur du rayon du cercle, qui décrit le centre de gravité de la surface de ce secteur, je dis: que précisément & rigoureusement.

$$z = \frac{8a^2bdxy - 2a^2x^2y^2}{16a^2b^2d^2 - x^2y^2} = CN.$$

On pourroit croire au premier coup d'œil, que les termes de cette expression ne sont pas

homologues ; mais on doit ſe raſſurer, en conſidérant, que de la manière dont b a été employé, cette grandeur ne peut être que numérique ; c'eſt pourquoi ſes dimenſions doivent paſſer pour nulles, & par conſéquent, les termes en ſont homologues inconteſtablement.

ARTICLE PREMIER.

Pour démontrer la vérité de ce théorême, ſoit le ſecteur ACR, dont l'arc eſt ABR (fig. 8) lequel eſt ſuppoſé ſitué de manière, qu'il ſoit coupé en deux parties égales au point B, par la droite CB. Il eſt clair que la corde de cet arc, eſt AR.

Il eſt encore évident que ſi l'arc ABR eſt coupé comme on vient de le dire, par le rayon CB que je nomme x ; la ligne AD, que je nomme d, ſera le ſinus droit de l'arc AB, moitié de l'arc ABR ; & CD que je nomme a, en ſera le ſinus complément.

Je ſuppoſe le rayon CB, perpendiculaire à KL ; au moyen de quoi, l'angle KCB eſt droit : je nomme y, la circonférence du cercle dont $CB = x$, eſt le rayon. De plus b, étant l'expoſant de la raiſon de la circonférence y, avec l'arc ABR du ſecteur ; la longueur de cet arc ſe trouve exprimée par $\frac{y}{b}$; conſéquemment, le

plan du même secteur est $\frac{x}{2} \times \frac{y}{b} = \frac{xy}{2b}$. ce qui est général. Cela posé, il est question de trouver le centre de gravité du secteur ACR.

Pour le faire, je considere que le rayon CB, coupant l'arc ABR, en deux parties égales au point B; il coupe aussi nécessairement la surface du secteur ACR en deux parties égales, puisque cette surface est égale au rectangle de l'arc entier ABR, par la moitié de CA, ou $\frac{CB}{2}$, ou $\frac{CR}{2}$, qui est toujours une même chose, d'ailleurs on sçait, que les secteurs du même cercle sont entr'eux, comme les arcs qui leurs servent de base; ainsi l'arc AB étant égal à l'arc BR; les secteurs ACB, BCR, sont égaux entr'eux: partant leurs éléments sont aussi égaux. D'où il suit par la *Théorie*, que leurs pesanteurs sont égales, & j'en conclus, que le centre de gravité du secteur ACR, est nécessairement placé sur un des points de la ligne CB.

Il a éte démontré au théorême *sixième*, que le centre de gravité d'un secteur de cercle, étoit au point de section des trois lignes tirées de ses angles, sur les côtés opposés, dont chacune divise sa surface en deux parties égales; c'est pourquoi, je tire par le point A, la droite AS, de maniere que la surface du triangle rectiligne

ACS, soit égale au secteur ACB, ou, ce qui est la même chose, à la moitié du secteur ACR qui en est le double.

Nota. *La Géométrie plane ne fournit aucun moyen pour tirer la ligne* AS, *selon la condition donnée; ainsi elle peut être ici bien ou mal; c'est pourquoi, on ne doit pas s'attacher à sa description graphique, qui ne parle qu'aux yeux, mais bien à la justesse du raisonnement. On verra à l'article 3, que cette ligne est placée de la manière qu'il est ici supposé.*

Il est clair à cette condition, que puisque le plan du triangle rectiligne ACS, est la moitié du secteur ACR; il faut nécessairement que l'autre moitié soit comprise dans le triangle mixte SAR. Or, on a prouvé dans la *théorie*, que la *forme* des corps est indifférente, & que la *pesanteur* est relative au nombre des éléments; par conséquent puisque le rectiligne ACS, & le mixte SAR, ont chacun le même nombre d'élements, ils ont nécessairement même pesanteur; conséquemment, ils sont en équilibre sur la ligne AS, sur laquelle les résistances s'appuyent; d'où je conclus encore, que le centre de gravité de la surface du secteur ACR, est aussi placé dans la ligne AS.

Tirant du point R, la ligne RM, de sorte que

le triangle rectiligne RCM, soit aussi la moitié du secteur ACR ; on voit visiblement par un raisonnement semblable au précédent, que le même centre de gravité est aussi dans la ligne RM. Et comme les trois lignes CB, AS, RM, dans chacune desquelles il se trouve, n'ont que le seul point N, de commun ; j'en conclus affirmativement, que le centre de gravité de la surface du secteur ACR, est placé au point N : le point N, est donc le seul point de cette surface, sur lequel elle puisse demeurer en équilibre : ce qu'il falloit démontrer.

Si on vouloit répéter ce qu'on a déja dit, que ce centre de gravité ne peut valablement s'établir que par les loix de la réciprocité. J'oppose à cette opinion, les vérités démontrées par les théorêmes cinquième & sixième.

ARTICLE II.

Maintenant Pour réaliser les supposition ci-dessus, & déterminer enfin la longueur de la ligne CN, qui est le rayon qui décrit la circonférence du même centre de gravité, à cause que CB est perpendiculaire à l'axe de révolution KL. Ayant fait CN $= z$, je tire par les points M, S, la droite MS. Il est question de prouver que cette ligne est perpen-

diculaire ſur le rayon CB; conſéquemment, qu'elle eſt parallèle à la corde AR, de l'arc ABR.

Il eſt clair par la troiſième propoſition du troiſieme livre d'Euclide, que la corde AR, de l'arc ABR, eſt perpendiculaire ſur le rayon CB, puiſque cet arc eſt coupé en deux parties égales au point B: ce qui eſt évident. Mais avant tout, il faut prouver que les triangles rectilignes ACS, RCM, ſont égaux & ſemblables.

Par la ſuppoſition de l'article premier, le triangle rectiligne ACS, eſt égal au triangle rectiligne RCM, étant l'un & l'autre la moitié du ſecteur ACR. Ces deux triangles ont un angle commun en C, & les côtés AC, CR, égaux, étant les rayons du même cercle: d'où il ſuit à cauſe de l'égalité des ſurfaces, que la ligne CS eſt égale à la ligne CM; par conſéquent, les deux triangles ACS, RCM, ſont égaux & ſemblables: d'où il ſuit que la ligne AS, eſt égale à la ligne RM.

Mais à cauſe de l'égalité des lignes CS, CM; il eſt évident que les points M, S, ſont dans la circonférence d'un cercle dont CM, eſt le rayon. Et comme les cercles dont CM, CA ſont les rayons, ont le point C pour centre

commun ; il eſt clair par la première du troiſième d'Euclide, que les circonférences qui y ſont correſpondantes ſont parallèles entr'elles. Or, dans les cercles parallèles, les ſecteurs formés par la continuité des mêmes côtés, ſont ſemblables ; d'où il ſuit, que le ſecteur MCS, eſt ſemblable au ſecteur ACR. Et à cauſe de cette ſimilitude ; la corde AR, eſt parallèle à la corde MS. Mais il a été prouvé que la ligne AR, eſt diviſée en deux parties égales par le rayon CB, qui la coupe perpendiculairement ; il eſt donc évident que MS, eſt auſſi perpendiculaire ſur CB, qui la coupe en deux parties égales au point E, de la même manière que AR eſt coupée au point D : ainſi les lignes MS, AR, ſont parallèles : ce qu'il falloit prouver.

ARTICLE III.

Je tire enſuite par le point S, au rayon CA, la perpendiculaire ST. Il eſt clair, que le rectangle de $\frac{CA}{2}$ par ST, eſt égal au plan du triangle rectiligne ACS ; mais ce plan doit être égal à la moitié du plan du ſecteur ACR ; il faut donc pour mettre les choſes dans l'état naturel, & réaliſer la ſuppoſition de l'article premier, que la ligne ST, ſoit faite égale à l'arc

AB, à cause que la moitié de la ligne CA, par l'arc AB, donne précisement la moitié du plan du secteur ACR; ainsi l'arc ABR, étant exprimé par $\frac{y}{b}$ selon l'article premier, sa moitié AB, est $\frac{y}{2b}$, qui est rigoureusement la valeur de la ligne ST; par conséquent $ST = \frac{y}{2b}$.

OBSERVATION.

Remarquez que la droite $ST = \frac{y}{2b}$, ainsi exprimée en parties de la circonférence, est ce qui donne *prise à cette solution*, parce qu'elle place le point S, de manière que la ligne AS, coupe exactement la surface du secteur ACR, en deux parties égales: ce que je prouve ainsi.

La surface du secteur ACR est égale au rectangle de $\frac{AC}{2}$ $(\frac{x}{2})$ par l'arc ABR $(\frac{y}{b})$, qui est $\frac{xy}{2b}$; mais le triangle rectiligne ACS, qui en est la moitié, est égal au rectangle de $\frac{CA}{2}$ $(\frac{x}{2})$ par ST $(\frac{y}{2b}) = \frac{xy}{4b}$. Il est évident que l'un est la moitié de l'autre. D'où il suit que la mixte SAR, est aussi $\frac{xy}{4b}$: partant le rectiligne ACS $(\frac{xy}{4b})$, & le mixte SAR $(\frac{xy}{4b})$, sont deux grandeurs égales, ayant leurs éléments égaux;

conséquemment ils ont même pesanteur : par conséquent, ils sont en équilibre sur la ligne A S, indépendamment de toute description graphique.

ARTICLE IV.

Maintenant considérant les deux triangles rectilignes CEM, STM, on reconnoît qu'ils sont rectangles & semblables ; car ils ont chacun un angle droit en E & en T, & l'angle en M, commun ; d'où il suit, que l'angle MST, est égal à l'angle MCE ; par conséquent les deux triangles CEM, STM, sont semblables. Mais à cause des paralleles, le triangle CEM, est semblable au triangle CDA : ce dernier est donc encore semblable au triangle STM ; car deux choses semblables à une troisieme, sont semblables entr'elles.

Les triangles rectangles CDA, STM, étant semblables, les lignes CD, CA, ST, MS, sont proportionnelles ; il y a donc même raison de, CD (a) : CA (x) : : ST $(\frac{y}{2b})$: MS, d'où je tire MS $= \frac{xy}{2ab}$. & comme cette ligne est coupée en deux parties égales par la ligne CB, comme il a été démontré article 2, sa moitié ME $= \frac{xy}{4ab}$.

ARTICLE V.

A cause de la similitude des triangles CEM, CDA; les lignes AD, CD, ME, CE, sont proportionnelles : il y a donc même raison de, AD (d) : CD (a) : : ME ($\frac{xy}{4ab}$) : CE; d'où je tire CE $= \frac{xy}{4bd}$.

ARTICLE VI.

Dans le triangle rectangle NDR, on connoît par l'article premier, RD $=$ AD $= d$. on connoît aussi DN : car, par l'article premier, CD $= a$, & par l'article 2, CN $= z$. ainsi, CD (a) $-$ CN (z) $=$ DN ($a - z$). par conséquent DN $= a - z$. & on connoîtra la diagonale NR, par la quarante-septieme du premier d'Euclide ; car les quarrés des deux côtés de l'angle droit RD, DN, sont ensemble égaux au quarré de l'hypotenuse NR, ainsi, $\overline{RD}^2$ (d^2) $+$ $\overline{DN}^2$ ($a^2 - 2az + z^2$) $=$ $\overline{NR}^2$ ($a^2 - 2az + z^2 + d^2$). tirant la racine quarrée, il vient. NR $= \sqrt{a^2 - 2az + z^2 + d^2}$.

ARTICLE VII.

A cause des paralleles MS, AR, les triangles MEN, RDN, sont encore semblables, car ils ont chacun un angle droit en E, &

en D. l'angle MNE, eſt égal à langle RND, étant l'un & l'autre oppoſés par la pointe : d'où il ſuit qu'ils ſont ſemblables ; conſéquemment, les lignes DR, NR, ME, MN, ſont proportionnelles. Il y a donc même raiſon de DR (d) : NR ($\sqrt{a^2 - 2az + z^2 + d^2}$) : : ME($\frac{xy}{4ab}$) : MN. d'où je tire, $MN = \frac{xy}{4abd}\sqrt{a^2 - 2az + z^2 + d^2}$.

ARTICLE VIII.

Dans le triangle rectiligne rectangle MEN, on connoît $ME = \frac{xy}{4ab}$ par l'article quatrieme. On connoît auſſi la diagonale $MN = \frac{xy}{4abd}\sqrt{a^2 - 2az + z^2 + d^2}$ par l'article précédent. La ligne EN, eſt auſſi connue, puiſqu'elle eſt la différence de CN à CE ; mais par l'article deuxieme, $CN = z$, & par l'article cinquieme, $CE = \frac{xy}{4bd}$: conſéquemment, CN (z) — CE ($\frac{xy}{4bd}$) = EN ($z - \frac{xy}{4bd}$). ainſi $EN = z - \frac{xy}{4bd}$.

ARTICLE IX.

Par la quarante - ſeptieme du premier d'Euclide, les quarrés des deux côtés de l'angle droit ME, EN, ſont enſemble égaux au quarré de l'hypothenuſe

potenuſe MN; conſéquemment j'ai cette équation. $\overline{ME}^2 \left(\frac{x^2y^2}{16a^2b^2}\right) + \overline{EN}^2 \left(z^2 - \frac{2xyz}{4bd} + \frac{x^2y^2}{16b^2d^2}\right) = \overline{MN}^2 \left(\frac{a^2x^2y^2 - 2ax^2y^2z + x^2y^2z^2 + d^2x^2y^2}{16a^2b^2d^2}\right)$. réduiſant au même denominateur, & ôtant les termes qui ſe détruiſent, il vient celle-ci. $16a^2b^2d^2z^2 - 8a^2bdxyz = -2ax^2y^2z + x^2y^2z^2$. diviſant tous les termes par z, il vient celle-ci. $16a^2b^2d^2z - 8a^2bdxy = -2ax^2y^2 + x^2y^2z$. d'où je tire enfin, $z = \frac{8a^2bdxy - 2ax^2y^2}{16a^2b^2d^2 - x^2y^2} = CN$, qui eſt la longueur préciſe du rayon CN, qui décrit la circonférence du centre de gravité du ſecteur ACR propoſé: ce qui eſt évident.

En comparant cette expreſſion à l'énoncé du théorême, on reconnoît que c'eſt préciſément la même choſe, d'où j'en affirme la vérité; par conſéquent, la poſition du centre de gravité du ſecteur ACR, eſt donc déterminée en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle. Cette expreſſion montre en même-tems, le mêlange des lignes droites avec des cercles; car les grandeurs a, d, x, ſont des droites; la grandeur b eſt numérique, & la grandeur y, eſt la *longueur abſolue* de la circonférence du cercle dont x eſt le rayon,

comme il eſt évident ; *ce que je m'étois propoſé de démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il eſt clair que la longueur de l'arc ABR du ſecteur propoſé, eſt indéterminée ; par conſéquent, arbitraire ; ainſi, elle peut être priſe à volonté.

Exception.

Sur quoi il faut remarquer ; 1°. que la conſtruction précédente demeure la même, tant que l'angle ACR ſera moindre qu'un droit ; c'eſt pourquoi, l'arc ABR qui meſure cet angle, doit être pris moindre qu'un quart de cercle.

2°. Si cet angle étoit droit, il eſt viſible que la ligne ST, perpendiculaire ſur AC, ſe confondroit & feroit partie du rayon CR, alors, la conſtruction changeroit de forme.

3°. Mais ſi l'arc ABR, étoit plus grand que quatre-vingt-dix degrés ; dans ce cas, l'angle ACR ſeroit obtus, & alors la ligne ST, tomberoit ſur le prolongement du rayon CA, au-delà du point C, d'où il eſt aiſé de voir que pour ſuivre cette formule, on doit ſe renfermer dans le quart de cercle excluſivement.

COROLLAIRE II.

Il eſt encore évident que lorſque l'on voudra

déterminer la longueur de l'arc, les grandeurs a, b, d, feront des grandeurs connues, & alors on pourra en fubftituer la valeur dans l'expreffion précédente, laquelle fe changera néceffairement dans une autre, où il ne paroîtra plus que le rayon x, & fa circonférence y, élevés l'un & l'autre à la même puiffance, & où les termes feront homologues.

Pour le démontrer, on a vu par l'article premier, que la longueur de l'arc ABR, a été exprimée d'une maniere générale par $\frac{y}{b}$.

ARTICLE X.

Je fuppofe maintenant que cet arc corresponde à 60°. alors, la ligne AD $= d$, qui eft le finus droit de la moitié de cet arc, fera de 30°. & comme la corde de 60°. eft égale au rayon, il eft clair que AD, qui en eft la moitié, eft AD $= d = \frac{x}{2}$; par conféquent, $d = \frac{x}{2}$.

ARTICLE XI.

Maintenant dans le triangle rectiligne rectangle ADC, on connoît par l'article premier AC $= x$. Et par l'article précédent, AD $= \frac{x}{2}$; on connoîtra donc CD, par la quarante-feptième du premier livre d'Eu-

clide. Ainsi, $\overline{AC}^2 (x^2) - \overline{AD}^2 (\frac{x^2}{4}) = \overline{CD}^2 (a^2)$. Ce qui donne, $x^2 - \frac{x^2}{4} = a^2$. ou $\frac{3x^2}{4} = a^2 = \overline{CD}^2$. tirant la racine quarrée, il vient $\frac{x}{2}\sqrt{3} = a = CD$: ainsi, $a = \frac{x}{2}\sqrt{3}$.

ARTICLE XII.

Pour avoir la valeur de b, je fais cette analogie. Comme le cercle entier, est à l'arc de 60°; ainsi la circonférence, est à la longueur de l'arc $\frac{y}{b}$. C'est-à-dire, $360° : 60° :: y : \frac{y}{b}$ D'où je tire, $b = 6$.

ARTICLE XIII.

Substituant dans l'expression précédente, les valeurs de, a, b, d, ainsi déterminées, la valeur de z, est celle-ci. $z = \frac{18x^4y - x^3y^2\sqrt{3}.}{108x^4 - x^2y^2} = CN$. divisant tous les termes par x^2, il vient celle-ci. $CN = z = \frac{18x^2y - xy^2\sqrt{3}.}{108x^2 - y^2.}$ qui est encore la même expression par rapport au secteur dont l'arc est de 60°, dans laquelle on ne voit plus que le rayon x, & sa circonférence y, élevés l'un & l'autre au quarré, & où les termes sont homologues : *ce qu'il falloit démontrer.*

Il eſt clair que les grandeurs x & y, ſont conſtantes, & les grandeurs a, b, d, variables; ce qui doit être, puiſqu'elles dépendent de la longueur de l'arc. Il eſt évident que ces dernières ſont les *données du problême.*

Il eſt encore évident, que quelle que ſoit la longueur de l'arc priſe dans le quart de cercle excluſivement, il ſera toujours poſſible d'arriver à une pareille détermination; conſéquemment, on peut parcourir tous les points du quart de cercle, même la circonférence comme je l'ai déja annoncé, en me propoſant de réſoudre le fameux problême de la quadrature du cercle, & d'aſſeoir l'équation ſur chacun de ſes points.

Il eſt certain, d'après ce qui vient d'être démontré, que la poſition du *centre de gravité* d'un ſecteur, eſt déterminée d'une manière générale; conſéquemment, il n'y a plus qu'un pas à faire pour arriver à *quarrer le cercle*; & pour prouver que je ne ſuis pas le ſeul de ce ſentiment, je rapporterai ici les autorités ſuivantes, émanées du plus grand des anti-quadrateurs.

Dans l'hiſtoire de la quadrature du cercle, imprimée en 1754, chez Jombert, Libraire à Paris; l'Auteur, M. *de Montucla*, rapporte, page 65: « que le Père la Faille, Jéſuite, pu-

» blia en *1632*, un ouvrage très-ingénieux ;
» où il fait voir comment le *centre de gravité*
» *du cercle*, & *sa quadrature*, tiennent l'un
» à l'autre ».

Dans la même histoire, page *66*, le même auteur fait ce raisonnement : « Si l'on demandoit, dit-il, ce qui s'oppose donc à la dé-
» couverte de la quadrature, puisque voilà un
» segment de cercle en équilibre avec une figure
» rectiligne? *Je répondrai, dit M. de Montucla*,
» qu'il manque de connoître la position du cen-
» tre de gravité de ce segment ; si elle étoit
» connue, on auroit *la quadrature du cercle*,
» non-seulement par cette voie, mais par une
» infinité d'autres ».

D'un autre raisonnement du même auteur, inséré dans la même histoire, j'infere qu'il y a eu autrefois des loix qui *permettoient* & *défendoient* d'attaquer le cercle plutôt par un endroit que par l'autre ; car il dit, page 7 : que pour résoudre ce problême, il est *libre aujourd'hui* de trouver une ligne droite égale à la circonférence, ou bien de trouver un espace rectiligne égal au cercle. D'où il suit que cette liberté n'a pas toujours existé. J'avoue que je ne l'aurois pas soupçonné, car il m'a toujours semblé qu'on pouvoit attaquer une vérité par l'endroit

où on pouvoit la saisir, sans observer là-dessus, ni règle ni cadence.

Remarque.

Comme la détermination précédente sert de fondement à la résolution de la quadrature, l'état de la question se réduit à savoir, si le point N, ainsi & de la manière qu'il vient d'être établi, est véritablement le centre de gravité du secteur ACR. On a vu les raisons sur lesquelles je me fonde pour oser l'affirmer; si ces raisons ne paroissent pas suffisantes, on en demande d'autres plus convaincantes pour les détruire, & si cela arrive, alors, la solution dont va être question, ne peut manquer d'être vicieuse. Au contraire, si l'une est certaine, l'autre le devient incontestablement. Au reste, quand cet écrit ne serviroit que de motif pour examiner cette question, ce seroit toujours un avantage que de connoître pourquoi les mêmes causes ne produisent pas les mêmes effets à l'égard des plans différemment terminés. Souvent une foible étincelle a produit une assez grande lumière pour trancher une difficulté; d'ailleurs, ma proposition est fondée en principe, & tout principe doit dériver d'une cause universelle incontestablement; c'est pour-

quoi je pose le fait pour certain jusqu'à contredit, & d'après cela, je passe à la résolution du fameux problême.

PROBLÊME II.

Résolution du fameux Problême de la quadrature définie du cercle.

On sait que de tous les problêmes, il n'y en a point qui ait plus résisté & plus excité la curiosité des savants, que celui de la *quadrature du cercle.* Tous les grands hommes s'en sont occupés chez les diverses nations policées: aussi le regarde-t-on comme le chef-d'œuvre de l'esprit humain, & ses difficultés, comme une barrière impénétrable, qui ferme l'accès des plus grandes vérités Géométriques. Les plus profonds génies, tant anciens que modernes, l'ont jugé digne de leur application, & ont épuisé toutes les ressources de leur intelligence pour en venir à bout: même *Descartes* & *Newton* s'y sont livrés comme les autres, & personne n'a pu y réussir: ce qui a fait juger que les difficultés en étoient insurmontables. Voici le sentiment de *Descartes* à ce sujet. Il dit dans sa Géométrie imprimée à Paris en 1705, page 61, en parlant *des lignes cour-*

bes : « encore qu'on n'y puiſſe recevoir aucu-
» nes lignes qui ſemblent à des cordes, c'eſt-
» à-dire, qui deviennent tantôt droite & tantôt
» courbes, à cauſe que la proportion des droi-
» tes & des courbes n'étant pas connue, &
» même je crois, *ne le pouvant être par les*
» *hommes*, on ne pourroit rien conclure de-là,
» qui fut exact & aſſuré ».

Pour exciter l'émulation, & faire éclore le fruit du génie en cette occaſion, les Souverains ſe ſont portés avec zèle à concourir à la même intention par des *récompenſes promiſes*, & juſqu'à des particuliers ont laiſſé des ſommes conſidérables pour le ſuccès de cette entrepriſe.

Dans ces temps-là, il étoit libre de ſe livrer au feu de ſon génie, ſans être entouré de la ſervile crainte de démériter dans l'opinion publique ; au contraire dans le cas d'une adreſſe marquée, quoiqu'inſuffiſante, les plus grands éloges étoient la récompenſe du travail. Auſſi a-t-on vu dans le ſiècle dernier, une foule nombreuſe de génies, qui, à l'envi les uns des autres, ſembloient ſe diſputer la gloire des approximations, quoiqu'inutiles dans la pratique.

Je le confeſſe ici, ce n'eſt point l'intérêt qui

a guidé mes pas dans cette route épineuſe, je ſuis fort éloigné de cette façon de penſer : auſſi, ne m'a-t-on jamais vu, ſous aucun prétexte, briguer des places & des emplois, ſolliciter les Miniſtres pour obtenir des penſions, en ſuivant le cours de la manie ordinaire. D'ailleurs, c'eut été peine inutile, ces graces ne ſont réſervées que pour les prédeſtinés de Minerve, & non pas pour un quadrateur ; mais, ayant vu plus d'une grande difficulté s'évanouir ſous ma main, j'ai cru à mon tour qu'il me ſeroit permis d'eſſayer mes forces ſur cet objet : alors, je ne préſumois pas qu'un jour je ſerois contraint de crier : ô tems ! ô mœurs ! tout eſt changé : ce qui ſervoit autrefois à illuſtrer & à faire connoître les hommes de génie, ne ſert plus maintenant qu'au mépris de ceux qui les ſuivent dans une route jadis ſi glorieuſe ; d'où il faut conclure, que les opinions qui enveloppent les ſciences certaines, ſont ſujettes aux mêmes révolutions que les modes.

On peut rapporter l'époque de ce changement, à la mort de M. de *Méley*, lequel par ſon teſtament, a laiſſé une ſomme de 150000 l. en faveur de celui qui feroit la découverte de *quarrer le cercle.* Voici quelques monuments à ce ſujet.

1°. A Paris, le 16 Mars 1758. « Je dois » partir dans 15 jours, Monsieur, pour aller » prendre possession, comme je vous l'ai mandé, » de la terre dont le Roi a eu la bonté de me donner la propriété. Je voudrois, avant mon départ, commencer l'affaire qui regarde la succession de feu M. de *Méley*, qui a légué par » testament, cinquante-mille écus à celui qui » trouveroit la quadrature du cercle. Il faut » un habile Géomètre, je ne saurois mieux » m'adresser qu'à vous... je ne voudrois pas » prendre cette voie sans certitude d'avoir » raison. Je recevrai de vos nouvelles avec » plaisir, étant toujours avec des sentiments » d'amitié & de confiance, Monsieur, votre » très-humble & très-obéissant serviteur, le » Chevalier de *Causan Mauléon* ». Il étoit Colonel du Régiment de Conti, Infanterie, Gouverneur de S. A. S. Monseigneur le Comte de la Marche, Prince de Conti & Gouverneur de la Principauté d'Orange.

2°. Dans la Gazette de France, du 30 Avril 1772, page 151, il est dit : « que M. de » *Méley*, ayant conçu le noble dessein de contribuer au progrès des Sciences, & à l'utilité » que le Public en peut retirer, a légué à *l'Académie des Sciences*, un fond pour deux prix

» destinés à ceux qui, au jugement de ladite » Académie, auroient réussi sur deux différens » sujets indiqués dans son testament ». Cette disposition testamentaire suppose la plus grande intégrité, autrement on peut être juge & partie. Je passerai sous silence les difficultés incroyables que j'ai rencontrées depuis six ans, pour faire paroître cet ouvrage : voici deux lettres à ce sujet.

3°. 26 Décembre 1773, « l'Académie, » Monsieur, a entendu la lecture de la lettre » que vous avez écrite à M. d'*Alembert*, & a » vu sans peine, que l'objet sur lequel elle roule » n'est pas de sa compétence, aussi a-t-elle » paru étonnée du parti que vous avez pris de lui » communiquer cette lettre. En mon parti- » culier, je vous dirai, que si vous êtes si sûr » d'avoir *trouvé géométriquement la quadra-* » *ture du cercle*, faites part au Public de vo- » tre procédé, & de vos démonstrations, sans » parler même de la lettre dont il s'agit, ou » si vous voulez, en exposant simplement les » faits tels qu'ils se sont passés, & vous rap- » portant sur le tout à son jugement. Si vous » avez réussi dans vos recherches, si vous avez » réellement frappé au but desiré, il le verra, » & vous rendra justice. Alors votre triom-

» phe ſera aſſuré, & ſûrement ce qui vous » afflige aujourd'hui, tournera bientôt à votre » ſatisfaction. Je ſuis avec bien de la conſi- » dération & toute l'eſtime qui vous eſt dûe, » Monſieur, votre très-humble & très-obéiſ- » ſant ſerviteur, *Du Puy*, Secrétaire perpé- » tuel de l'Académie des Inſcriptions & Belles- » Lettres de Paris.

4°. De Verſailles le 23 Décembre 1774. « Je viens, Monſieur, d'adreſſer à M. de » Fouchy, Secrétaire de l'Académie des Scien- » ces, les deux petites brochures (*ma Lettre à* » *M. d'Alembert, & ma Conſultation ci-après* » *imprimés*) qui étoient jointes à votre Lettre; » je lui marque en même tems, que vous devez » lui remettre un troiſieme Mémoire (*celui-ci*) » & je le charge d'en rendre compte à l'Aca- » démie, ainſi que vous le deſirez. Vous con- » noiſſez les ſentimens avec leſquels je vous » ſuis, Monſieur, entierement dévoué. *Le* » *Duc de la Vrilliere*, Miniſtre & Secré- » taire d'Etat.

En conſéquence de cette dernière Lettre, je préſentai au commencement de Janvier 1775, le préſent Mémoire en ſubſtance, à l'Académie des Sciences, avec requiſition de nommer *ſix Commiſſaires Géomètres* pour le juger, du

nombre desquels fut M. d'*Alembert*. Au lieu d'y souscrire, elle nomma les sieurs *Jaurat* & *Cousin*, Commissaires successifs des Enfans perdus, (*a*) dont la décision est rapportée à la fin de cet écrit. Depuis on a fait insérer plusieurs fois dans la *Gazette de France*, que l'Académie Royale des Sciences de Paris, ne vouloit plus entendre parler de la quadrature : ce qui veut dire qu'elle est contente de celle-ci, & n'en veut pas voir d'avantage, sans cependant vouloir l'avouer, à cause sans doute du testament de M. *de Mêley*.

Les anti-quadrateurs argumentent sans cesse à la faveur des difficultés, & en même tems de l'impossibilité, pour ranger l'opinion de leur côté : ils se sont persuadés, qu'une réponse vague, mal-honnête & inconséquente, étoit un moyen suffisant pour réfuter avec succès un Mémoire de Géométrie. Mais non : il faut des raisons pour renverser celles que je produit ici. C'est avec ces mêmes raisons que j'entre en lice pour *quarrer le cercle* ; si je succombe, je n'en serai pas moins un homme, tel que j'étois

(*a*) Il y a à l'Académie des Sciences, un Académicien, qui se nomme le Commissaire *des Enfans perdus*. C'est à lui que sont renvoyés tous les Mémoires dont la matiere est proscrite : il les juge, même sans les lire.

avant : une erreur de plus ou de moins dans ce genre, ne fait pas une affaire, & je ne me croirai pas plus indigne de l'estime du Public, que les grands Hommes qui s'en sont occupés infructueusement avant moi. Au reste, une ame ferme & solide, ne peut se laisser abattre par ces vaines préventions; elles ne sont faites que pour en imposer aux ames foibles & puériles, & non pas à la raison, qui n'admet rien sans preuve : toute production a son mérite ; une quadrature vaut bien une comédie, il n'y a pas plus de crime à l'un qu'à l'autre : s'il y en a, il n'est que dans l'opinion de ceux qui ont intérêt de la traverser.

Pour revenir à mon but principal, il est question d'établir des définitions, afin d'être jugé sur mes propres sensations & sur mes faits personnels; car je n'entends pas adopter ceux d'autrui : ainsi je revoque tout ce qui n'est pas de moi, ou qui n'a aucun rapport ni liaison avec mon systême.

Définitions.

1°. L'idée que je me fais de la *quadrature*, est qu'il y a un rapport fini, entre l'étendue du cercle, & celle du quarré de son diamètre. Qu'il y en a un autre, entre la longueur

abſolue du rayon & celle de la circonférence. Que ces rapports ſont étroitement liés les uns aux autres, & font enſemble l'eſſence & les propriétés de la figure. Qu'il n'y a enfin que le calcul littéral, fondé ſur le raiſonnement, & ſur les propriétés du cercle, qui puiſſe les faire connoître.

2°. *Quarrer le cercle*, ſelon moi, c'eſt trouver l'étendue abſolue de ſa ſurface par la connoiſſance de ſes deux dimenſions, avec la même préciſion, qu'on trouve celle d'un quarré, d'un triangle ou de toute autre figure rectiligne : ou ce qui revient au même, trouver le rapport précis de ces mêmes dimenſions.

THEORÊME VIII.

La ſurface abſolue d'un cercle eſt égale au rectangle de ſa circonférence par ſon demi rayon ; ainſi x étant encore le rayon, & y la circonférence ; ſon plan abſolu eſt $\frac{xy}{2}$.

La connoiſſance de cette vérité a déjà été ſuppoſée dés le commencement de cet ouvrage, ne préſumant pas que perſonne ſoit en droit de la conteſter. Et comme ſa démonſtration, qui eſt élémentaire eſt connue, même inſérée partout, je la paſſerai ſous ſilence. Au reſte, je ne rapporte ces choſes que pour montrer au Lecteur mes propres impreſſions ſur la *quadrature*,

ture, afin de le mettre à même de juger ſi elles ſont juſtes : ſur toute autre matiere, la choſe ſeroit inutile. Cela fait, je continue ma narration.

Il eſt évident que toute la difficulté de cette quadrature ne conſiſte que dans l'expreſſion du rapport des deux dimenſions du cercle; lorſqu'il ſera connu, ou bien quand on aura démontré la poſſibilité phyſique de le connoître, ſoit en nombres entiers ou fractionnés, ſoit en nombres ſourds, le myſtère de la quadrature ſera dévoilé, & c'eſt à quoi je me propoſe d'atteindre par une équation, d'où l'on puiſſe tirer le rapport numérique, qui exiſte de toute éternité, entre le *rayon* & la *circonférence*.

Je n'entrerai pas pour le préſent dans le détail de ſa décompoſition, pour laiſſer à mes ſavants Lecteurs, la ſatisfaction de le faire eux-mêmes, afin de l'annoncer à la *République des Sciences*. On ne pourra pas tirer avantage contre moi, de ce qui reſte à faire; car on ſait, que quand on eſt arrivé à l'équation, on eſt parvenu à la réſolution.

La détermination précédente *du centre de gravité d'un Secteur*, va ſervir de *Lemme*, pour arriver à la quadrature; c'eſt pourquoi

je suppose toutes choses au même état qu'on les a laissées ci-devant, & sous les mêmes désignations.

THEORÊME IX.

* Le quarré du rayon d'un cercle, est au quarré de sa circonférence; comme 22 fois le rayon moins la circonférence multipliée par la racine quarrée de 3, est à 432 fois le rayon. C'est-à-dire, que. $x^2 : y^2 :: \overline{22x - y\sqrt{3}} : 432x$. D'où il suit que, $y^3\sqrt{3} - 22xy^2 + 432x^3 = 0$: ce qu'il convient de prouver.

DÉMONSTRATION.

Primò.

J'ai dit dans ma Consultation adressée aux Savants, à laquelle personne n'a repliqué : que le Pere *Guldin* avoit démontré, que le *rectangle fait de la surface d'un plan quelconque, par la circonférence que décrit son centre de gravité, est égal au solide de circonvolution.*

La vérité de ce principe est reconnue par l'Académie des Sciences, comme par tous les Savants; ainsi on se dispense d'en rapporter la démonstration. On peut voir là-dessus le Traité du P. *Guldin*, intitulé: *Centro Barico*, & le Cours de Mathématiques du P. *de Chales.*

Nota. Ce beau principe eſt preſque ignoré ici de tous les Profeſſeurs : les Compilateurs l'ont négligé au point, que les plus modernes n'en font nulle mention, & par conſéquent les Ecoliers ne peuvent manquer de l'ignorer.

Or cette vérité étant conſtante, comme on n'en peut douter, il eſt certain que dès que la *poſition du centre de gravité* de la ſurface d'un Secteur, eſt déterminée de la maniere qu'on l'a fait ci-devant ; le ſolide de ſa circonvolution, ſera exprimé par pluſieurs dimenſions de la même circonférence : ce qu'il s'agit d'établir, pour affirmer que je n'ai rien avancé au hazard.

Il eſt évident, aux termes de l'article 13, que la diſtance de l'axe KL, au centre de gravité du Secteur ACR. (fig. 8.) dont l'arc eſt ſuppoſé de 60°, eſt exprimé par, $CN = Z = \frac{18x^2y - xy^2\sqrt{3}}{108x^2 - y^2}$.

Il eſt clair d'ailleurs que les figures ſemblables, ont leur côtés homologues proportionnels. Les cercles ſont des figures ſemblables, dont les rayons ſont proportionnels aux circonférences ; c'eſt pourquoi, pour avoir la circonférence du rayon que décrit ce centre de gravité, je fais cette analogie.

$$x : y :: CN = \frac{18x^2y - xy^2\sqrt{3}}{108x^2 - y^2} : \frac{18xy^2 - y^3\sqrt{3}}{108x^2 - y^2}.$$

Le quatrieme terme de cette proportion, eſt donc la circonférence demandée, correſpondante au rayon CN. Or, par l'article premier, la ſurface du ſecteur, exprimée d'une maniere indéterminée, eſt $\frac{x}{2} \times \frac{y}{b} = \frac{xy}{2b}$. Mais par l'article douzieme, $b = 6$; ainſi $\frac{xy}{12}$, eſt le plan abſolu du même ſecteur, dont l'arc eſt de 60°.

Par le principe du Pere *Guldin*, le produit de la ſurface de ce plan, par la circonférence du centre de gravité, eſt égal au ſolide de circonvolution. D'où il ſuit, que le rectangle de $\frac{xy}{12} \times \frac{18xy^2 - y^3\sqrt{3}}{108x^2 - y^2} = \frac{18x^2y^3 - xy^4\sqrt{3}}{1296x^2 - 12y^2}$. eſt la valeur du même ſolide, dans lequel on remarque, que la circonférence *y*, *a quatre dimenſions*, ce qui eſt eſt évident par l'expreſſion.

Secundò.

Par une autre principe, il eſt démontré *que le ſolide de circonvolution du plan du même Secteur, eſt égal aux* $\frac{2}{3}$ *d'un cylindre de même baſe & même hauteur.*

Ce principe a été démontré par *Archimède*, & rapporté dans différents ouvrages. On peut le voir dans les éléments de Géométrie de Mgr. le Duc de Bourgogne par M. de Malezieu;

5e édit. 1735, prop. 5e, pag. 163 & ſuivantes, ce qui me diſpenſe d'en rapporter la démonſtration.

Or, pour appliquer ce principe à l'objet préſent, il eſt clair, que la baſe du cylindre en queſtion eſt $\frac{x}{2} \times y = \frac{xy}{2}$. Sa hauteur eſt la corde AR $= 2d$. Mais le rectangle de $\frac{xy}{2} \times 2d = dxy$, en eſt la ſolidité. Mais, à cauſe de l'arc ABR de 60°, le rectiligne inſcrit ACR eſt équilateral; d'où il ſuit que $2d = x$, & $d = \frac{x}{2}$; par conſéquent $dxy = \frac{x^2 y}{2}$; dont les $\frac{2}{3}$ ſont $\frac{x^2 y}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{x^2 y}{3}$, pour la valeur du même ſolide de circonvolution, dans lequel la circonférence y, n'a *qu'une ſeule dimenſion*, ainſi qu'il eſt viſible par l'expreſſion. Il eſt donc poſſible d'exprimer un même ſolide *engendré dans la ſphère*, en deux manières différentes, ainſi que je l'ai avancé.

Équation.

Par la raiſon que deux choſes égales à une même grandeur ſont égales entr'elles; il eſt évident, par les réſultats de ces deux principes, qu'on a cette équation. $\frac{18x^2y^3 - xy^4\sqrt{3}}{1296x^2 - 12y^2} = \frac{x^2y}{3}$. Diviſant par $\frac{xy}{3}$, il vient celle-ci. $\frac{18xy^2 - y^3\sqrt{3}}{432x^2 - 4y^2} = x$. réduiſant au

même dénominateur, il vient, $18\,xy^4 - y^3\sqrt{3} = 432x^3 - 4xy^2$. d'où je tire enfin, $y^3\sqrt{3} - 22\,xy^2 + 432\,x^3 = 0$. qui est précisement la même équation énoncée au théorême qu'il falloit retrouver, dans laquelle *on remarque* qu'il est physiquement impossible, qu'il y arrive jamais aucune destruction : c'est une *équation à deux variables*, entre les parties du rayon & celles de la circonférence, dont l'une étant assignée, fait connoître l'autre incontestablement; ce qui suffit pour oser annoncer affirmativement, le succès de la résolution rigoureusement géométrique, du fameux problème *de la quadrature définie du cercle* : ce que je m'étois proposé de démontrer.

Nota. Il y a méthode pour abaisser cette équation, & on se propose de la décomposer. Je préviens une objection. Celle de dire que la résolution que je donne ici, peut se présenter sous *differentes formes*, parce que les coefficients varient à mesure qu'on fait varier la longueur de l'arc : De-là on ne manquera pas de former des doutes sur la légitimité de celle-ci.

Le Lecteur voudra bien faire attention, que cela doit être ainsi, à cause que dans le quart de cercle, il ne peut y avoir deux sinus qui se ressemblent; & comme ces grandeurs, sont les

données du problême, & qu'elles ſont aſſujetties à la longueur de l'arc ; il eſt certain qu'en faiſant varier cette longueur, il ſe fait chaque fois une combinaiſon nouvelle, qui dépend de l'expreſſion des cordes ; ainſi les coefficients doivent varier de la même manière que les ſinus varient : d'où il ſuit, qu'il eſt impoſſible qu'il arrive deux ſolutions exprimées de la même maniere ; conſéquemment l'objection eſt ſans fondement, comme il eſt évident. On ajoute, que cette ſolution ſe renferme ſtrictement dans les *limites* aſſignées par *Archimède*.

Concluſion.

On voit donc que le cercle qui a conſtamment réſiſté à toutes les attaques les plus vigoureuſes, lequel a laſſé & fatigué pendant 30 ſiécles les plus grands Géomètres, devient fléxible & traitable par la méthode ci-deſſus expoſée, & ſe laiſſe enfin attaquer par tel endroit qu'on deſire le faire : ainſi, je conclus que j'ai rempli ma promeſſe & tenu parole ſur toutes les choſes par moi avancées dans ma Conſultation, quoique *jugées impoſſibles* par l'opinion. J'en excepte les longitudes ; mais le tems n'eſt pas encore venu pour s'en occuper, il faut avant, faire prononcer ſur la validité de cet écrit, pour y ſervir de baſe.

Dans la Gazette de France du 30 Mai 1774, il eſt dit : « le Tréſorier de la Marine eſt au-
» toriſé à payer 5000 liv. ſterling, à qui-
» conque trouvera la manière de déterminer
» la longitude en mer, à un degré près d'un
» grand cercle, ou 60 milles géographiques,
» (c'eſt-à-dire, à 25 lieues près). Celle de
» 7500 liv. ſterl. aux $\frac{2}{3}$ de cette diſtance près.
» Et celle de 10,000 liv. ſterl. à la moitié près
» de cette diſtance. Le même Tréſorier ſera
» également autoriſé à employer une ſomme
» de 5000 liv. ſterl. pour ſervir d'encourage-
» ment & de récompenſe, à celui qui fera des
» découvertes utiles à la Navigation, & pour
» ſubvenir aux frais, qu'entraîneroient les ex-
» périences à faire en conſéquence ».

C'eſt maintenant à mes Lecteurs ſavants & judicieux, à me juger ſur cet Ecrit, & à le cenſurer, pour l'apprécier à ſa juſte valeur : je le ſoumets à leurs lumières. Je les prie de vouloir bien prendre la peine de *l'examiner*, d'en marquer tous les *points vicieux*, s'il y en a, & de faire part de *leurs jugements*, à la République des Sciences, par les Journaux des Savants & les Gazettes, ainſi qu'il a été dit. Comme il ne s'agit que de l'objet en lui-même, on ne repliquera, s'il eſt beſoin, qu'à

ce qui y eſt relatif, ou l'on y applaudira, ſi la repriſe eſt juſte.

INVITATION particuliere pour réfuter cet Ecrit.

MM. *Jeaurat* & *Couſin*, de l'Académie Royale des Sciences de Paris, ſont ſommés & interpellés par le préſent, de réfuter cet Ecrit, & d'apporter raiſons valables au ſoutien du jugement qu'ils en ont porté, le 21 Janvier 1775, par une dénégation pure & ſimple des vérités qui y ſont démontrées, au mépris des formes, de la raiſon, & du droit des gens. Duquel jugement l'Auteur fait appel comme d'abus, étant contraire à la vérité, & au progrès des connoiſſances humaines. Il ſe réſerve de relever ledit appel, & de les prendre à partie. Il proteſte que les réfutations qu'ils pourront produire, ſeront imprimées à la ſuite de cet Ecrit, pour être expoſées à la cenſure du Public, afin de porter un jugement ſur le tout. Voici la teneur du ſuſdit Jugement.

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 21 Janvier 1775.

NOUS avons examiné, par ordre de l'Académie, M. *Jeaurat* & *moi*, un Ecrit de M. LE

ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, qui a pour titre : *Détermination du Centre de gravité de la surface d'un Secteur de cercle quelconque, en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle.* Le but de M. de Vausenville, c'est de *quarrer le cercle.* Tous ses calculs sont fondés sur une proposition *évidemment fausse*, & qu'il énonce ainsi. *Si de l'une des extrémités de l'arc d'un Secteur de cercle, on tire une ligne qui divise ce Secteur en deux parties égales, cette ligne passera par le centre de gravité du Secteur.* L'Auteur tire de cette proposition la distance du centre de gravité du Secteur, au centre du cercle, & par la règle du P. Guldin, le solide de la portion de sphère engendrée par la révolution de ce Secteur, en égalant ce qu'il vient de trouver à l'expression vraie de cette solidité, *il parvient à une équation, entre le rayon du cercle & sa circonférence.* Sans tous ces détours, il auroit trouvé la même équation, en égalant ce qu'il a donné pour être la distance du centre de gravité du Secteur au centre du cercle, à l'expression vraie de cette distance. Nous concluons de tout cela, que l'équation donnée par M. de Vausenville, comme renfermant le rapport du diamètre à la circonférence, *n'est pas vraie, & que*

son Mémoire ne mérite aucune attention de la part de l'Académie. Ce 21 Janvier 1775. JEAURAT, COUSIN.

Je certifie le présent extrait conforme à l'original, & au jugement de l'Académie, ce premier Février 1777. Le Marquis de CONDORCET, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

Objection.

Il ne suffisoit pas de dire que la proposition est *évidemment fausse*, il convenoit préalablement d'en démontrer la fausseté, & en conséquence prononcer, au lieu de s'amuser à des détails puériles. Je soutiens au contraire, *qu'elle est rigoureusement vraie*, & que le rapport des doctes MM. *Jeaurat* & *Cousin*, est un galimathias absolument faux & contre vérité, ainsi que je l'ai démontré par les Théorêmes 2, 5, 6; & j'en conclus qu'ils ont trompé & abusé l'Académie des Sciences, qui l'a confirmé; mais j'espère qu'elle reviendra de cette erreur, & que la vérité & la justice triompheront; en conséquence, que MM. *Jeaurat* & *Cousin* passeront, ou pour *gens ignorants*, ou pour gens de *mauvaise foi.* Leur dénégation n'est point une réfutation, c'est un rapport où les passions humaines ont pré-

ſidé : il faut des *raiſons* pour renverſer ce mémoire, & pour en démontrer la fauſſeté, s'il eſt eſt poſſible ; c'eſt à quoi ils ſont obligés de ſatisfaire, pour leur juſtification, afin de montrer qu'ils n'ont pas eu l'intention de *priver le public* de l'avantage d'une découverte auſſi importante.

Fait à Paris en France, l'an de J. C. 1771, mis en ordre au Calvaire du Mont-Valerien, en l'année 1775, ſous l'invocation du Saint-Eſprit.

LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE. =o.



INVITATION
FAITE A M. D'ALEMBERT,
Pour réfuter les résolutions exposées dans cet Écrit.

Publiée en 1774.

LETTRE *

De M. LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, Professeur de Mathématique, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris, Historiographe de la Ville de Vire en Basse-Normandie, sa Patrie, &c.

A M. D'ALEMBERT, Secrétaire perpétuel de l'Académie Françoise, de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de la Société Royale de Londres, des Académies de Berlin, Stockholm, S. Petersbourg, & de l'Institut de Bologne, &c.

* Nota. *Pour raison de publicité, cette Lettre a été lue à Paris; savoir,*

A l'Académie Françoise, le Samedi 18 Décembre 1773.
A celle d'Architecture, le Lundi 20 dudit.

MONSIEUR,

VOUS devez vous rappeller qu'en 1771, j'ai eu l'honneur de vous écrire, pour ſavoir de vous, ce que vous penſiez ſur l'impoſſibilité de la *Quadrature définie du Cercle*, & vous me fîtes la réponſe ſuivante, que je rapporte mot pour mot.

« Je ne connois point, Monſieur, de dé- » monſtration rigoureuſe de *l'impoſſibilité de* » *la Quadrature définie du Cercle*; mais je » crois la choſe ſi difficile, que je doute qu'on » y parvienne. *Signé*, D'ALEMBERT. 6 *Février* » 1771 ».

Je préſentai dans le même-tems, un Mé-

A celle de Chirurgie, le Jeudi 23 *dudit.*
A celle des Inſcriptions & Belles-Lettres, le 24 *dudit.*
A celle de Peinture & Sculpture, le Vendredi 31 *dudit.*
A celle des Sciences, le 12 *Janvier* 1774.

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences, du 12 Janvier 1774.

« *Nous avons examiné, par ordre de l'Académie,* » *une Lettre de* M. de Vauſenville *à M.* d'Alembert, *com-* » *muniquée par* M. de Fouchy : *la concluſion de cette Let-* » *tre, eſt une invitation à réfuter, une Quadrature de Cercle,* » *que M. de Vauſenville ſe propoſe, dit-il,* * *de faire im-* » *primer inceſſamment. La Lettre ne contient aucun des* » *principes de l'Auteur à ce ſujet; ainſi, elle ne peut pas*

* Ionic.

moire à l'Académie des Sciences, pour la consulter sur la forme de procéder à cette résolution, en y joignant trois équations pour figurer ma route, offrant d'en démontrer la validité. Voici mes propres termes : *On demande à ces conditions, si on peut arriver à la résolution du probléme de la Quadrature définie du Cercle.* Ailleurs, je m'explique ainsi : *il ne s'agit pas, quant à présent, du fond de la solution, mais seulement de la manière d'y procéder.*

» *fournir matière à un rapport Académique : cependant* » *comme il se plaint, 1°. de ce qu'un certain jugement* » *porté par l'un de nous, sur les préliminaires de sa qua-* » *drature, n'a pas été accepté par l'Académie. 2°. De ce* » *qu'on l'a* rayé de la liste des Correspondants: *nous croyons* » *qu'on ne doit pas lui laisser ignorer, qu'il n'a perdu* » *sa qualité de Correspondant, qu'à cause des réglemens,* » *qui ne permettent pas qu'on la conserve, lorsqu'on est* » *domicilié à Paris. Et quant au jugement dont il parle,* » *qu'il fut rejetté, non pas comme il le prétend, par l'au-* » *torité d'un seul Géomètre, mais sur l'avis de toute la* » *classe, qui ne crut pas, comme avoit fait le Rédacteur* » *du rapport, qu'il pût être indifférent de donner en pa-* » *reille matière, une approbotion purement conditionnelle.* * » Signés, *PINGRÉ & VENDERMONDE. Confirmé* » *par le jugement de l'Académie* ».

* On peut juger par les propres termes tirés du Mémoire même, & rapportés, si j'ai demandé une approbation purement conditionnelle ; ce Mémoire est au Secrétariat de cette Compagnie, où l'on peut le vérifier.

Sur quoi l'Académie nomma M. *Jeaurat* pour en faire son rapport; mais ce Commissaire, trop prévenu en faveur de l'impossibilité, sans pouvoir déduire aucune raison suffisante, loin de m'écouter selon le droit & la justice, s'appliqua entièrement à me chicaner, sur des choses purement puériles & sans fondement : mais il n'y gagna rien; car il fut réduit à la nécessité d'avouer qu'il n'avoit rien à répondre à mes argumens que je mis par écrit. Je sollicitai son rapport, il me promit de le faire, & cependant il aima mieux se désister, que de remplir sa promesse. M. *Pingré* (1) fut nommé à sa place par l'Académie : ce Commissaire également prévenu, sans être mieux fondé, ne daigna pas lire mon Mémoire, & ce ne fut qu'à force de sollicitations, que je l'y engageai : cependant, après l'avoir lu, il en fit son *rapport à l'Académie*, en concluant en ma faveur, *que si je démontrois la validité des équations proposées, on ne pouvoit douter que le problême ne fût entièrement résolu* (2).

(1) *M. Pingré est Chanoine régulier de Sainte Genevieve, & Chancelier de l'Université de Paris.*

(2) *Louis-Philippe, Duc d'Orléans, premier Prince du Sang, en ayant entendu parler, envoya tout exprès de Villers-Coterets à Paris, M. Fontaine, Secrétaire de ses*

Là-dessus,

Là-dessus, les voix s'élevèrent pour empêcher l'enregistrement de ce rapport, & j'appris que vous fûtes un des plus ardents à vous y *opposer*, quoique votre lettre ci-dessus rapportée fut déja dans mes mains : l'enregistrement n'eut donc point lieu, parce que vous avez prétendu que ce seroit vouloir *favoriser des erreurs* ; ainsi, par votre autorité, vous avez enchaîné la liberté des suffrages, en captivant le sentiment d'autrui sous les loix que vous donnez à l'opinion ; par-là, on m'a fait un *déni de justice*, contre lequel je réclame aujourd'hui. Instruit de ce qui s'étoit passé en pleine Académie, j'eus l'honneur d'aller chez vous, je vous présentai ma démonstration par écrit, afin de vous convaincre de la vérité que j'annonçois : je vous sollicitai à la *voir* & à la *lire*, mais ce fut en vain ; vous ne daignâtes ni *voir*, ni *lire*, ni *entendre* ; vous eûtes seulement la complaisance de dire qu'il y avoit cent millions à parier contre l'unité, que j'étois dans l'erreur.

Je vous prie, Monsieur, de dire hautement, sur quel fondement avez-vous pu tirer une pareille conclusion, contre un homme enrôlé parmi les Savans dès l'année 1753, homme qui

Commandements, lequel fut vers M. de Fouchy, Secrétaire perpétuel de l'Academie des Sciences, qui le confirma.

a paru avec avantage à l'Académie, applaudi dans plus d'un genre, & que vous-même avez complimenté plus d'une fois ? Je ne puis croire, sans vous faire injustice, que cet hommage fût fondé sur la protection dont m'honoroit une illustre Princesse (1) ; un Philosophe ne consi-

---

(1) *Louise-Henriette de Bourbon-Conti, Duchesse d'Orléans, premiere Princesse du Sang, morte le 3 Février 1759.*

Preuve. « *J'ai vû M. C., Monsieur, depuis deux jours ;* » *je lui ai donné le petit Mémoire que Madame la Duchesse* » *d'Orléans m'avoit fait l'honneur de m'envoyer, & je* » *l'ai recommandé avec toute la vivacité qu'a pu m'inspirer mon tendre attachement & mon respect pour elle.* » *Je ne vous alléguerai pas, Monsieur, comme un autre* » *motif de mon zéle, l'intérêt que je prends à vous personnellement, puisque je n'ai pas l'honneur de vous connoître ; cependant, je puis vous dire avec vérité, que les* » *éloges que j'ai entendu faire de votre mérite, augmenteroient, s'il étoit possible, le desir que j'ai, que les ordres de Madame la Duchesse d'Orléans soient executés.* » *Voici donc une Lettre, Monsieur, que j'écris à M. C.,* » *vous aurez la bonté de la lui porter de ma part, & de* » *lui expliquer vous-même ce que vous desirez ; je souhaite* » *beaucoup qu'il ait égard à ma recommandation ; je* » *l'espere, lui ayant dit pour l'appuyer, l'intérêt que* » *Madame la Duchesse d'Orléans prend à ce qui vous* » *regarde. J'ai l'honneur d'être, Monsieur, votre très-humble & très-obéissante servante,* JANSON DE BOUFFLERS.

dère ces chofes que comme des attributs du mérite perfonnel fur lequel feul il doit fixer fes regards ; mais en fuppofant qu'il en fût autrement, il en réfulteroit une inconféquence de votre part, car vous m'avez honoré du même avantage en 1766. Longtems après la perte de cette Princeffe, vous m'avez complimenté fur découverte *de l'Art de rayer ou faire des figures femblables, par une méthode variable, plus prompte que l'impreffion*, que j'ai développée : vous en avez admiré les effais que je vous ai fait voir, & vous favez très-bien que cette méthode ingénieufe, fut applaudie & authentiquement approuvée par l'Académie, fur le rapport de MM. de Fouchy & de Mairan qui l'avoient examinée.

D'ailleurs, vous ne m'avez jamais vu retourner en arrière ; ce qui devoit fuffire pour ajouter au moins une demi-croyance à ma propofition, afin de vous engager à l'écouter, fauf à rejetter ce qui feroit vicieux ; mais loin d'en agir ainfi, l'efprit de prévention qui vous féduit, s'élève contre moi & contre M. Pingré, & vous avez la bonne complaifance d'aller jufqu'à la

---

» ROUVEREL, *Dame de Compagnie de Madame la* » *Ducheffe d'Orléans. A Verfailles, le 4 Septembre 1754.*

punition, *en me faiſant rayer de la liſte des Correſpondans*, ſans ſavoir auparavant ſi j'ai tort ou ſi j'ai raiſon, & ſi je l'ai mérité. Prenez pour certain, Monſieur, que je ne ſuis nullement perſuadé que cette radiation puiſſe porter atteinte à mes droits & à ma liberté : au contraire, je me crois en droit de réclamer légalement en vertu de mon brevet, ſi quelque circonſtance y donne lieu; car aux yeux de la loi & aux miens, il eſt encore dans ſon intégrité.

Quoique je ſente vivement le coup que vous m'avez porté, je n'ai point ceſſé, & je ne ceſſerai, jamais d'avoir pour votre perſonne, les égards de conſidération que vous méritez; mais l'intérêt de ma gloire me ſollicite à repouſſer les atteintes inconſidérées qui peuvent flétrir ma réputation. Je prends pour armes la raiſon: c'eſt à ſon poids qu'il faut régler nos prétentions reſpectives en *préſence du public*, le deſtin me forçant de renoncer à des Juges dont le ſuffrage n'eſt pas libre.

On pouvoit autrefois eſſayer librement ſes forces, donner carrière à ſon génie; on pouvoit même eſpérer de la gloire pour prix de ſes travaux. Cet heureux tems n'eſt plus; en marchant de même, on ne court qu'à l'igno-

minie. Si Wiette, Newton, Leibnitz, &c. reparoiſſoient aujourd'hui, au lieu de les applaudir comme autrefois, on les jugeroit dignes des Petites maiſons.

Je devrois commencer par détailler l'utilité de la Quadrature ; mais vous ſavez, Monſieur, qu'étant une fois déterminée, on peut bâtir ſur les courbes, une Géométrie toute nouvelle ; beaucoup plus féconde & plus étendue que celle qu'on trouve dans Euclide ſur les lignes droites, & en faire ſortir une infinité de vérités utiles, inconnues juſqu'ici. Il eſt clair que le ſyſtême de la nature affecte ſpécialement les courbures dans tous les genres ; ſoit dans la configuration des animaux qui vivent dans l'eau, dans l'air ou ſur la terre, ſoit dans celle des végétaux, &c. & que juſqu'à leur mouvement, tout y eſt ſubordonné ; au lieu qu'on ne voit aucun de ces corps qui affecte purement & ſimplement la figure rectiligne, ni aucune de celles qui en ſont générées : d'où je conclus que la Géométrie dont nous faiſons parade, eſt plutôt l'ouvrage des hommes que celui de la nature ; & on ne doit la regarder que comme un inſtrument propre à diriger ſa raiſon. Ainſi le paſſage des droits aux courbes, eſt une découverte incidente de la plus grande conſidération, qui

ouvre un vaste champ aux connoissances humaines ; elle conduit directement à la résolution géométrique du problême des longitudes, pour la sûreté de la navigation.

Venons maintenant à ce qui me touche particulièrement, pour montrer vos torts & vos erreurs. Vous convenez par votre lettre, *que vous ne connoissez pas de démonstration rigoureuse de l'impossibilité de la Quadrature définie du Cercle* ; & cependant vous agissez en sens contraire, en vous rangeant du parti de l'impossibilité, & par-là, vous vous mettez en contradiction, en opposition avec vous-même ; car l'impossibilité n'étant pas démontrée, vous n'avez aucune raison affirmative qui puisse la faire passer pour telle. Ainsi, en bonne logique, la quadrature doit rester dans l'ordre des choses possibles, jusqu'à ce qu'on ait pu démontrer rigoureusement son impossibilité. Ce seroit en vain de vouloir appeller à son secours la prétendue démonstration de Grégori ; chacun sait qu'elle est chimérique & insuffisante, & vous même en convenez tacitement par votre lettre ; celle de Newton pour l'indéfinie, n'est pas plus concluante. Je demande donc sur quoi est fondée cette prétendue impossibilité qui a élevé un rempart invincible, un préjugé terrible con-

tre cette découverte. Eſt-ce parce qu'elle a réſiſté à l'effort des plus grands génies ? Cette raiſon eſt à mon ſens inſuffiſante pour en affirmer l'impoſſibilité ; car ce que l'un n'a pu faire, peut tomber au pouvoir de l'autre ſans aucun préjudice, n'y ayant point de droit excluſif ſur la capacité.

Je fais cette queſtion à tous les hommes ſenſés, dans quelqu'ordre qu'ils ſoient indiſtinctement ; c'eſt à leur raiſon & à la vôtre que j'en appelle. Il eſt certain que *Deſcartes* & *Newton* n'ont pu quarrer le Cercle, & que perſonne n'a pu le quarrer. Il eſt encore certain que perſonne n'a montré d'une manière ſuffiſante, l'impoſſibilité de le faire : je m'en rapporte à vous-même, & votre lettre s'en explique ſuffiſamment. Je demande donc ſi de-là, on peut raiſonnablement conclure que la Quadrature ſoit impoſſible ; & parce que ces grands hommes n'ont pu en venir à bout, s'il eſt bien décidé qu'il ſoit impoſſible à la poſtérité humaine de les ſurpaſſer. Si on répond affirmativement, je demande encore où ſont les preuves de cette excluſion, & ſi ces grands hommes, pour être lumineux, atteignoient au terme qui doit combler la meſure de l'eſprit humain ? Répondez.

Les choses dans cet état, la Quadrature n'est donc démontrée ni *possible* ni *impossible*; ainsi elle demeure de droit dans l'ordre des choses possibles, quoiqu'elle soit difficile. Je demande donc pour quelle raison on qualifie de *fous*, *d'extravagants* & *d'ignorants*, tous ceux qui cherchent à applanir ces difficultés, & pourquoi encore, on les juge tels les yeux fermés, sans vouloir les entendre? La justice demande que chacun soit jugé avec connoissance de cause, soit à charge ou à décharge: pourquoi ne le fait-on pas? Pourquoi en pareille circonstance renvoye-t-on les Mémoires des Quadrateurs à un seul Commissaire (1), pendant que pour un *Cuir à rasoir* (2) on en nomme deux? Est-il donc plus difficile de juger le dernier que les autres? Non. Certainement chacun sent qu'il ne faut que des yeux & des sensations grossières & communes pour l'un, & qu'au contraire il faut pour l'autre, de la science & de l'intelligence.

(1) *Il est par distinction nommé le Commissaire des enfans perdus.*

(2) *Le sieur* Coué *a fait approuver ses Cuirs à rasoirs par l'Académie des Sciences, sur le rapport de MM. le Marquis de Courtivron, & Mignot de Montigny, selon le certificat que j'ai vû.*

Or, ma prétention consiste à démontrer d'une manière précise & incontestable, que non-seulement la Quadrature n'est pas impossible, mais encore d'en démontrer la possibilité par un raisonnement très-clair, très-physique & très-certain ; de réaliser toutes ces choses par le fait, & enfin de la déterminer, en montrant tous mes pas, & les éclairant de la plus vive lumière. Je m'acheminai donc en 1771 pour le faire. M. Pingré examine ma marche ; il conclut en ma faveur : & vous, de votre autorité privée, vous imposez silence à la justice sous un faux prétexte ; vous me terrassez sans droit & sans raison, en vous opposant à un jugement légal, pour avoir le plaisir, sans doute, de vous mettre en contradiction avec vous-même, & de conserver une chimère. Je veux dissiper le nuage qui vous enveloppe ; je me livre à vous avec confiance, & vous ne voulez ni m'écouter ni m'entendre ; cependant vous *me jugez les yeux fermés*, sans savoir si j'ai tort ou si j'ai raison : la prévention se déchaîne contre moi, & s'attache à des qualifications ignominieuses : le préjugé s'empare des esprits, & va s'accrocher jusqu à M. Pingré, parce qu'il a fait usage de sa raison en ma faveur, & par une suite de ce déportement, on se croit en droit

de me dégrader. Ce procédé eſt injuſte, tyrannique & barbare. Pourra-t-on croire qu'un des premiers génies de la France, un d'*Alembert*, l'homme le plus éclairé, ait pu, de gaieté de cœur, abandonner ſa raiſon pour faire une injuſtice, en s'attachant à une opinion mal fondée, à une chimère démentie par ſes propres faits? Autrefois on examinoit la propoſition, pour décider avec connoiſſance de cauſe: apparemment que cet ordre eſt renverſé, & que la nature a changé de forme.

Juſqu'ici, la Philoſophie a voulu deviner le ſecret de la Nature: faut-il aujourd'hui qu'elle ſoit ſubjuguée & ſoumiſe à la prévention? Prétendez-vous la faire plier ſous vos loix? Non. Fuſſiez-vous Prince, fuſſiez-vous Roi, je reſpecterois votre perſonne & votre puiſſance; mais du côté du droit de la Nature, je ne cèderois pas. Souvenez-vous que la juſtice & la vérité, ſont les attributs de la Divinité?

Un Philoſophe que la raiſon conduit, n'eſt point inconſidéré: tous ſes mouvements ſont réglés par la lumière qui l'environne; il met ſa gloire dans ſes propres vertus; ſon ambition n'a rien de contraire à l'amour de la vérité & de la juſtice: vous au contraire, fermant les yeux, & n'aſpirant qu'à un pouvoir ſuprême,

vous renversez jusqu'à l'ouvrage des Dieux. Vous n'ignorez pas que la main bienfaisante qui me plaça à l'Académie, fut une Divinité du sang Royal de France (*Madame la Duchesse d'Orléans*); elle s'y porta de son propre mouvement sur les preuves authentiques de capacité avouées de l'Académie (1). Aujourd'hui, sans

---

(1) PREUVES.

Extrait des registres de l'Académie Royale des Sciences; du 23 Juin 1752.

« *MM. Le Monnier & Maraldy, qui avoient été » nommés pour examiner le calcul de l'Eclipse de Lune » du 17 Avril 1753, fait à Bastia, en Corse, par » M. de Vausenville,* * *suivant les tables de M. Cassi- » ni, & presenté par M. de Mairan, (qui le tenoit de » Madame la Duchesse d'Orléans,) en ayant fait leur » rapport, l'Académie a jugé que ce calcul étoit fait avec » beaucoup de soin & d'attention: en foi de quoi j'ai signé » le présent Certificat. A Paris, le 23 Juin 1752.* Signé, » *GRANDJEAN-DE-FOUCHY, Secrétaire perpétuel » de l'Académie Royale des Sciences* ».

Nota. *Lors de la remise de ce Certificat à S. A. S. Madame la Duchesse d'Orléans, qui eut la bonté de l'envoyer en Corse à l'Auteur, il fut invité par elle de la requisition de l'Académie des Sciences, à calculer l'Eclipse de Soleil du 26 Octobre 1753; l'Auteur en donna avis à M. de Chauvelin Ministre Plénipotentiaire du Roi, auprès de la République de Gênes, qui lui fit la réponse suivante:*

* Il étoit Caissier des Troupes du Roi, qui étoient dans cette Isle.

considération pour la mémoire d'une illustre Princesse, ni pour moi ni pour la vérité, vous faites main-basse sur tout, tel qu'un Faucheur

---

» *J'ai reçu, Monsieur, la Lettre que vous m'avez fait* » *l'honneur de m'écrire... Vous faites bien d'exécuter le* » *plus promptement qu'il vous sera possible, les ordres de* » *de S. A. S. Madame la Duchesse d'Orléans; je vous* » *exhorte à satisfaire cette Princesse, & à vous rendre digne* » *de plus en plus* de la protection qu'elle vous accorde. *Je* » *suis avec beaucoup de considération, Monsieur, votre* » *très-humble & très-obéissant Serviteur. CHAUVELIN.*
Voici l'Approbation de cet Ouvrage.

Extrait des regiſtres de l'Académie Royale des Sciences, du 8 Août 1753.

« *MM. le Monnier & Maraldy, qui avoient été* » *nommés pour examiner le calcul de l'Eclipse de So-* » *leil qui doit arriver cette année le* 26 *Octobre au ma-* » *tin, suivant les tables de M. Cassini, par M. de Vau-* » *senville, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé:* » que ce calcul, qui donne les phases de l'Eclipse à quel- » ques secondes près de celles que MM. les Commissaires » ont déterminées par les mêmes tables, mais suivant une » méthode différente, marque dans l'Auteur une grande » connoissance du calcul Astronomique, que le détail dans » lequel il est entré, la projection exacte de la terre qu'il » a dressée, & les triangles qu'il en a détachés, font voir » que la théorie & la pratique de ces sortes d'Eclipses lui » sont très-familieres: *en foi de quoi j'ai signé le présent* » *Certificat. A Paris, le* 11 *Août* 1753. Signé, *GRAND-* » *JEAN DE FOUCHY, Secrétaire perpétuel de l'Aca-* » *démie Royale des Sciences* ».

armé de ſa faux, qui coupe impitoyablement tout ce qui tombe ſous ſa main, & ne réſerve que les herbes chéries qu'il lui plaît de conſerver.

Quand un objet nous flate, le deſir de la propriété eſt ce qui nous occupe ; la vue ne porte qu'à la poſſeſſion. Conduit par la crainte à pas précipités, on devient inconſidéré, & on tombe malgré ſoi en contradiction, parce que la raiſon nous abandonne.

Au reſte, Monſieur, quel incovénient y avoit-il de laiſſér un libre cours au jugement de M. Pingré ? Ce jugement n'étoit que conditionnel ; il me mettoit dans la néceſſité de remplir ma promeſſe : c'étoit donc à moi ſeul à y ſatisfaire ; & après m'être montré & dévoilé, on auroit connu ſi ma propoſition étoit valide, & ſi je méritois d'être couvert de gloire ou d'ignominie ; mais me condamner ſans m'entendre, me juger ſans ſavoir ſur quoi, eſt un acte d'injuſtice le plus violent qui ne s'accorde point avec la marche géométrique d'un Mathématicien. Au ſurplus, quel avantage pouvois-je tirer de l'enregiſtrement ? A quoi pouvoit-il me ſervir, en ſuppoſant qu'il y eût des erreurs dans mon procédé ? C'eſt encore une inconſéquence qui ſe manifeſte d'elle-même ; car ne rempliſſant

pas mon obligation, je ne pouvois rien attendre de ce jugement, par le principe qui dit : *cessant la cause, cesse l'effet.*

Toutes ces choses marquent visiblement, Monsieur, qu'il y a un motif secret qui combat sourdement la quadrature, *sous le spécieux prétexte d'impossibilité.* Pourquoi les chicanes & les puérilités de M. Jeaurat ? Pourquoi n'a-t-il pas fait son rapport comme il le devoit ? Pourquoi un seul Commissaire sur des choses abstraites & difficiles, contre l'usage des examens ? Pourquoi blâme-t-on M. Pingré d'avoir fait usage de sa raison en ma faveur ? Pourquoi suis-je un *fol*, un *ignorant* (1), pendant que

---

(1) AUTRES PREUVES.

« Je vous annonce, Monsieur, avec grand plaisir, que » l'Académie des Sciences vous accorda hier sa Correspon» dance, & que ce fut unanimement : j'en suis d'autant » plus satisfait, que ce sera pour moi une nouvelle occasion » de vous marquer le parfait attachement avec lequel j'ai » l'honneur d'être, Monsieur, votre tres-humble & tres» obéissant Serviteur. D'ORTOUS DE MAIRAN. A » Paris, ce 23 Décembre 1753 ».

2°. *« Monsieur, j'ai été sensiblement mortifié que ma » malheureuse Etoile m'ait tiré de chez moi, précisement » les trois fois que vous m'avez fait l'honneur d'y venir » pour vos Lettres de Correspondance... Le plus grand » ornement qu'elles puissent recevoir, est d'en chasser le*

j'ai donné cent preuves du contraire ? Ce sont-là des questions qui présentent beaucoup à l'i-

---

» *nom d'un homme de* votre mérite. *Je suis bien fâché que* » *le protocole ne me laisse pas la liberté de suivre mon in-* » *clination, je me serois fait un vrai plaisir de vous rendre* » *un témoignage public de* ma sincere estime : *A ce défaut,* » *j'ose vous supplier d'en recevoir ici les assurances, &* » *d'être persuadé qu'on ne peut être, avec un plus véritable,* » *ni un plus parfait attachement, Monsieur, votre très-* » *humble & très-obéissant Serviteur.* DE FOUCHY, *Se-* » *crétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.* » *Ce 2 Janvier 1754* ».

CORRESPONDANCE.

3°. *Voici comme les Lettres de Correspondance accordées à l'Auteur s'expliquent :* « *L'Académie voulant lui donner* » *des marques de son estime, qui puissent l'encourager à* » *continuer le Commerce de Lettres, dans lequel il est avec* » *M. le Monnier, sur des matieres de Physique & Ma-* » *thématiques,* l'a nommé son Correspondant, *& en cette* » *qualité, lui accorde l'entrée aux Assemblées lorsqu'il vien-* » *dra à Paris : Elle l'exhorte à continuer cette Correspon-* » *dance le plus régulierement qu'il lui sera possible, per-* » *suadée qu'elle en tirera de l'utilité* ».

Extrait des Régistres de l'Académie Royale des Sciences, du 3 Avril 1754.

« *MM. Le Monnier & Maraldi qui avoient été nom-* » *més pour examiner un Mémoire de M.* de Vausen- » ville, *sur la recherche de l'erreur des Tables Astro-* » *nomiques - Lunaires de M. Halley, le 26 Octobre* » *1753 ; en ayant fait leur rapport, l'Académie à jugé;*

magination : mais on peut expliquer ces contrariétés par un ſeul & même moyen : je ſuis *fol* de vouloir inſiſter à montrer une choſe qu'on

---

» que cet Ouvrage méritoit attention & pourroît-être utile, » non-ſeulement pour déterminer la longitude des endroits » où l'Eclipſe de Soleil arrivée le même jour a été obſervée, » mais encore pour le cacul du lieu de la Lune dans les » périodes ſuivantes. *En foi de quoi j'ai ſigné le préſent* » *certificat. A Paris, le 28 Avril* 1754. Signé, *GRAND-* » *JEAN DE FOUCHY, Sécrétaire perpétuel de l'Aca-* » *démie Royale des Sciences* ».

Extrait des Régiſtre de l'Académie Royale des Sciences, du 30 Avril 1754.

« *MM. le Monnier & Maraldi, qui avoient été* » *nommés pour examiner le calcul de l'Eclipſe de Lune* » *qui doit arriver le 28 Mars 1755, fait par M.* de » Vauſenville, *ſur les Tables de M. Halley, avec* » *des recherches ſur l'erreur des Tables appliquées à ce* » *calcul, pour en déduire plus exactement l'heure des pha-* » *ſes, en ayant fait leur rapport; l'Académie à jugé:* » que ce calcul étoit fait avec une trés-grande préciſion, & » une très-grande intelligence, & ne pouvoit à cet égard » mériter que des éloges. *En foi de quoi j'ai ſigné le pré-* » *ſent Certificat. A Paris, ce 2 Mai* 1754. Signé, » *GRAND-JEAN DE FOUCHY, Secrétaire perpétuel* » *de l'Académie Royale des Sciences* ».

Qu'on tâche de concilier les témoignages qui réſultent de ces Piéces, avec l'idée d'ignorance ſous laquelle on s'efforce aujourd'hui de peindre l'Auteur ſans vouloir l'entendre.

ne

ne veut pas voir, & *ignorant* du motif pour lequel on s'y refuse. Voilà l'énigme : si ce n'est pas cela, pourquoi enchaîner la liberté des suffrages, agir en despote, & raisonner en maître sur une chose dont vous n'avez nulle connoissance? Comment sçavez-vous que je suis dans l'erreur ? Qui vous l'a dit ? Personne ne le sait ; vous l'ignorez comme tout le monde, & cependant, vous me condamnez sans m'entendre, sans égards pour moi, ni pour le droit des gens, ni pour la justice.

Avez-vous fondé une victoire sur cet esprit paisible & tranquille qui règne dans ma personne & que vous connoissez ? Seroit-ce sur mon incapacité? Quel qu'en soit le motif, vous développez aux yeux de la raison une inconséquence pour me faire injustice, & vous vous servez de votre crédit pour m'accabler. Si la raison n'est pas de mon côté, tout l'avantage est du vôtre; réputation, opinion, science, intelligence, &c. & mille bouches diverses attachées à votre char par les liens de la nécessité, qui font l'écho en votre faveur, tout est contre moi ; au lieu que je suis seul contre tous, & personne ne traîne l'illusion sur mes pas; je ne puis lever les yeux quand je parle vérité : vous, vous imposez silence où la justice doit régner.

Avez vous présumé que le brillant de votre réputation, fut un titre suffisant pour vous opposer à la mienne? Je suis encore inconnu, il est vrai, & n'ai jamais eu l'ambition de me montrer. Nos prérogatives sont egales: cependant vous me fermez le tribunal des sciences, où j'ai même droit que vous; vous vous opposez à mes découvertes en abusant de votre crédit; vous cabalez, vous faites le maître & le despote; je suis opprimé, j'ai le droit de m'en plaindre & de repousser vos injustices; vous me forcez, à vous traduire devant le public, *Juge souverain* de votre raison & de la mienne: c'est-là que nous devons, l'un & l'autre, nous justifier.

N'avez-vous pas à craindre que la postérité n'ait à vous reprocher, que loin d'améliorer les connoissances humaines, vous ne cherchez qu'à les envelopper & les abattre sous le poids des préjugés, de la même manière qu'un laboureur qui s'appliqueroit uniquement à déraciner les productions de la terre à mesure qu'il les verroit éclore, & qui se feroit gloire de son titre de cultivateur.

Quel motif avez-vous, pour vouloir éteindre mes lumières? Sont-elles moins précieuses que les vôtres? Est-ce envie, jalousie ou intérêt qui vous y porte? Craignez-vous, qu'on n'élève

une Statue, à l'honneur de ma découverte, comme on fit à Guillaume Bukel (1), ou bien qu'on ne l'honore de la même faveur qu'on accorda à celle de Pithagore (2) ? Craignez-vous enfin, que vos lauriers ne s'en trouvent flétris, & l'éclat de votre gloire terni ? La grandeur est dans les faits, & non dans les gestes. Un vêtement simple & uniforme, n'a rien de commun avec les vertus personnelles d'un Philosophe.

Je soutiens que sa gloire, n'a pour base que la raison : l'hommage qu'on lui rend, n'est dû qu'à la vérité qu'il professe, & sa vertu doit toujours surpasser & devancer ses talens; s'il cesse d'être raisonnable, il dégrade la bonne opinion qui fait sa réputation. L'esprit d'intrigue & de cabale fut toujours banni d'une ame Philosophe : le sage respecte la vérité & les loix des Législateurs.

Je demande d'être entendu pour exposer une vérité & pour la montrer ; on me repousse avec indignité ; on me qualifie, on me punit. Est-ce

(1) *Charles V. honora, protégea & gratifia G. Bukel, pour avoir trouvé le moyen de saler & d'encaquer des Harengs : il fit élever une Statue à sa mémoire. Voyez le Dictionnaire des Arts & Métiers, Imprimé à Paris en 1766, chez Lacombe.*

(2) *On sacrifia eent bœufs, pour remercier les Muses de la découverte de la quarante-septieme proposition du premier livre d'Euclide, que fit Pithagore.*

donc là le ſyſtême de la nature ? Eſt-ce ſur des préjugés qu'il faut déſormais aſſeoir les vérités immuables, les vérités éternelles que l'Être ſuprême a attachées à l'exiſtence de chaque corps ? Je veux bien vous accorder la prééminence, vous la méritez ; mais j'ai mes droits comme vous avez les vôtres, & je ne dois point me laiſſer abattre ſous le poids de la tyrannie ; une propoſition dans ma bouche, doit être auſſi certaine & auſſi ſacrée que dans la vôtre ; elle mérite d'être examinée avec cet eſprit de liberté qui mène à la juſtice.

Eſt-ce par l'oppreſſion & par la tyrannie, que vous prétendez concourir à améliorer les connoiſſances humaines ? Dites-moi, je vous prie ; êtes-vous Légiſlateur ? Avez-vous l'autori d'aſſervir le génie à votre caprice, en faiſant plier la raiſon à vos opinions ? Avez-vous le pouvoir excluſif de conduire la nature, de lui tracer ſon chemin, en mettant des entraves, à la liberté publique ? Quel droit avez-vous plus qu'un autre, ſur les connoiſſances intellectuelles, pour vouloir les gourmander ? Votre génie eſt-il la meſure juſte, du dernier effort de l'eſprit humain ? N'eſt-il donc plus permis aux autres de penſer & d'agir ? Enfin, de qui tenez-vous votre deſpotiſme ? Je ſoutiens que votre voix n'eſt qu'égale

à la mienne, & que chacun est le premier juge de ses productions ; il doit être cru sur sa parole, jusqu'à vérification, & nul n'a droit de le juger sans l'entendre.

Ne croyez pas, Monsieur, que ce soit l'intérêt qui me détermine ; je prise moins la fortune que la gloire, & jamais ce motif n'a servi de guide aux sentimens de mon cœur. D'ailleurs, je vous préviens que jamais l'illusion ne m'a séduit ; je vais lentement, il est vrai ; mais je marche ferme & je marche bien. Je ne crains ni la peine, ni le travail ; aucune difficulté ne me rebute : dès l'instant que j'annonce, je suis sûr du succès ; car la lumière qui me conduit, n'est point équivoque ; je n'ai besoin que de moi-même pour le certifier, & j'ose assurer qu'on ne me verra jamais retourner sur mes pas ; aussi ne m'a-t-on jamais vu ramper à la suite des autres, ni m'asservir à la façon de faire & de penser d'autrui ; je ne suis point une machine à laquelle on imprime un mouvement arbitraire. C'est sans doute à cet esprit de liberté, que je dois mon succès ; les opinions n'ont rien de sacré pour moi ; tout ce qui porte ce caractère me paroît vicieux ; ainsi le hazard n'entre pour rien dans ma découverte ; mais j'ai plus d'un moyen pour distinguer le vrai d'avec

l'opinion. Il est donc certain que j'ai vu les mêmes difficultés qui ont arrêtés les anciens, & que les routes qu'ils ont frayées sont impossibles; mais grace à la Divinité, qui règle mon intelligence, j'ai dirigé ma marche géométrique-analytique, directement à l'objet que j'ai voulu poursuivre; je l'ai enchaîné & asservi au joug du raisonnement, en le faisant céder par l'endroit où il me plaît de l'attaquer; tel qu'un corps qui résiste au feu le plus violent, mais qui cède sans peine au plus léger acide pour tomber en dissolution. Il ne reste donc qu'à montrer si je le fais effectivement; car je ne prétens pas qu'on m'en croie sur ma parole; néanmoins, je puis assurer, en qualité de premier Juge, que je le fais incontestablement; je m'en rapporterois volontiers à vous & à vos lumières pour le décider.

Au reste, Monsieur, quand je mesure vos procédés aux belles qualités qui sont en vous, & à l'estime que j'ai pour votre personne, je ne puis me persuader, que ce soit-là votre ouvrage: j'ai l'indulgence de croire qu'un être malfaisant, ennemi de votre repos & du mien, une ame servile & rampante, vous aura séduit; mais, c'est toujours une inconséquence de s'en rapporter à autrui; on doit voir par ses propres yeux; un homme juste, un homme attentif, un Philoso-

phe ſur-tout, doit être en garde contre la ſéduction.

Ne croyez pas, Monſieur, que le ſilence de plusieurs années, ait rien changé à ma prétention; j'en étois certain alors, & encore plus aſſuré aujourd'hui; on ne pourroit tout au plus me reprocher qu'une erreur légère de calcul que j'ai réparée, & non de raiſonnement qui n'influe en rien ſur l'intégrité de ma découverte. Je prétens donc quarrer le Cercle en termes généraux, & dans toute la rigueur géométrique de vingt manières différentes, & davantage s'il le faut, en mettant le rayon & la circonférence du meme Cercle en équation, & introduiſant une grandeur aſſignable à volonté: par tous ces chemins, j'arrive inconteſtablement à déterminer la longueur préciſe de la circonference, ou, ce qui revient au même, ſa relation avec le rayon. Je prétens encore, par une formule générale, donner la ſolution du même problême, de manière, que ſur chaque point de la circonférence qu'on voudra choiſir, on puiſſe aſſeoir l'équation. Je prétens encore, par une formule générale, déterminer la poſition du centre de gravité de la ſurface d'un ſecteur circulaire quelconque, en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle.

Jajoute à toutes ces prétentions, celle de vous forcer à les reconnoître, persuadé que vos préventions cesseront à l'aspect de l'évidence.

De même, je soutiens que la résolution géométrique du problême des longitudes, qui fait le vœu de toutes les nations, est possible, & qu'on peut les obtenir, de manière que les observations à indiquer faites sur le vaisseau, au lieu d'arrivée, par-tout où l'on voudra le supposer, seront les quantités données du problême qui serviront à le déterminer. Je soutiens enfin, & je puis démontrer, qu'il est impossible d'arriver au même but par aucune horloge, quelque perfection qu'on lui suppose, fût-elle dans un lieu fixe aussi exacte que le Soleil. Si je ne remplis pas toutes ces impossibilités dans toute la rigueur géométrique, alors il sera tems de me loger aux Petites-maisons, & je déclare que ceux qui m'y logeront d'avance, ont plus droit d'y prétendre que moi. Souvenez-vous, Monsieur, que lorsque les écrits du grand Newton parurent en France, d'abord on lui décerna l'honneur des Petites-maisons, parce qu'on ne les entendoit pas; à force de les lire, on les entendit, & d'un imaginaire, on en fit un grand homme. N'allez pas croire que je prétende

m'égaler à ce puiſſant génie ; c'eſt à l'évènement à conduire ma deſtinée.

Ainſi, Monſieur, comme je vais faire imprimer, tant les *Réſolutions* dont il ſagit, que les *Principes & Théorêmes* qui y ſervent de fondement, *je vous invite & vous prie d'examiner cathégoriquement, ſi j'ai failli; de les cenſurer hautement, & de publier toutes les erreurs & les inconſéquences que vous pourrez remarquer* : vous le devez *au Public, qui eſt votre juge & le mien*, pour le ſoutien de votre réputation : nulle cauſe ne peut vous en diſpenſer. Faites vos efforts pour les renverſer par la force de la raiſon, à l'effet de me terraſſer s'il eſt poſſible. Juſtifiez-vous, de la conduite indécente, que vous avez tenue à mon égard, afin de vous laver du reproche d'avoir, ſans aucun motif, mis des entraves au progrès des connoiſſances humaines. Soutenez le titre *de Grand Philoſophe*, dont vous jouiſſez par réputation. Montrez que votre Philoſophie, ne porte pas ſur des mots, mais bien ſur des faits Phyſiques. Faites-moi ſcrupuleuſement la guerre : je le répète, mes armes ſont la *raiſon* ; ainſi, ma force eſt dans ma tête, ma défenſe dans ma main ; je ſuis ſeul contre tous. Je ne demande que de la juſtice & de la bonne-foi: en toutes occa-

sions, je serai enchanté de vous témoigner les sentimens d'estime & de considération avec lesquels j'ai l'honneur d'être,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéissant serviteur,

LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE = o.

P. S. On ajoute, & c'est un fait certain, qu'on doit faire honneur à la mémoire de Son Altesse Sérénissime Madame la Duchesse d'Orléans, des deux découvertes dont il est parlé dans cette lettre ; savoir, de *l'Art de rayer* ou faire des figures semblables, par une méthode variable plus prompte que l'impression, & de la résolution géométrique du fameux problême *de la Quadrature définie du Cercle*, qui a exercé le génie des grands hommes depuis près de trois mille ans.

Cette illustre Princesse voulut bien honorer celui qui en est l'auteur, de sa protection : d'elle-même elle le produisit à l'Académie des Sciences, sur les témoignages qui lui furent rendus de sa conduite (1) & de sa capa-

---

(1) *Il étoit à Bastia dans l'Isle de Corse : il en est sorti avec les Troupes du Roi, au mois d'Avril 1753. M. le Marquis de Chauvelin, Lieutenant-Général des Armées*

cité, ſans qu'il en eût marqué la moindre envie.

Pour ſe rendre de plus en plus digne des graces qu'elle vouloit bien lui accorder, il s'eſt attaché aux ſciences abſtraites & difficiles, & a ſuivi ſon penchant à les cultiver; choſe qu'il n'auroit pas faite, ſi, de ſon propre mouvement, cette Princeſſe ne lui avoit tracé les premiers pas, en le faiſant admettre à l'Académie des Sciences. C'eſt donc à ſes ſoins généreux & à ſa protection illuſtre qu'on doit rapporter tous les avantages qui peuvent réſulter de ces réſolutions.

& Maître de la Garde-Robe du Roi, étoit alors Miniſtre Plénipotentiaire de S. M. auprès de la République de Gênes, & commandoit en chef, les Troupes du Roi en Corſe: il fut recommandé à ce Seigneur, par Monſeigneur le Prince de Conty *& Madame la Ducheſſe d'Orléans: ce Seigneur n'a ceſſé de lui manifeſter ſa bienveillance juſqu'à ſa mort arrivée en préſence du Roi, au mois de Janvier* 1774.

M. le Marquis de Curſay, Maréchal des Camps & Armées du Roi, commandoit en chef les mêmes Troupes dans l'Iſle, ſous les ordres de M. de Chauvelin.

Ce fut MM. de Chauvelin & de Curſay, qui rendirent compte de ſa conduite, à S. A. S. Madame la Ducheſſe d'Orléans, & aux Commiſſaires nommés par l'Académie, pour ſon admiſſion à ce corps.

Tout ce que deſſus, cértifié véritable & conforme aux pieces originales rapportées dans les notes, leſquelles ſont dans mes mains pour en juſtifier en cas de beſoin. A Paris, ce 20 Juin 1774.

LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE.

APPROBATION.

Je n'ai rien trouvé dans la Lettre manuſcrite, Françoiſe & Latine, adreſſée à M. d'Alembert, qui puiſſe en empêcher l'impreſſion, à Rouen, ce 30 Juin 1774. Signé,

RUELLON.

NOUVELLE INVITATION.

Juſqu'ici M. d'*Alembert*, n'a rien repliqué à la teneur de cette Lettre; mais en Philoſophe éclairé, il a perſévéré dans ſon ſyſtême.

Il demeure derechef ſommé & interpellé par le préſent, de *réfuter* cathégoriquement, les *Principes* & *Réſolutions* expoſées ci-devant, comme de publier hautement toutes les erreurs & les inconſéquences qu'il pourra y remarquer, ainſi & de la maniere qu'il a été dit.

INVITATION

GÉNÉRALE

A RÉFUTER CET ÉCRIT,

Insérée dans le Journal des Sciences & Beaux-Arts de France, du mois de Décembre 1774, t. 2, pag. 456.

SOUS LE TITRE DE

Consultation sur la QUADRATURE DÉFINIE DU CERCLE.

PARMI les recherches qui ont occupé l'esprit humain, on peut dire qu'il n'y en a point qui ait plus exercé le génie des grands hommes, que la Quadrature du Cercle. Entre les anciens, on trouve Hippocrate, Anaxagore, Antiphon, Apollonius, Archimède, &c... parmi les modernes, Viette, Adrianus-Romanus, Ludolph de Cologne, Snellius, Grégori, Walis, Newton, Leibnitz, Grégoire de Saint-Vincent, Lagny, Sharp, Machin, Simpson, Métius, Bernoulli, &c..... tous génies du premier ordre, qui, malgré la supériorité de leurs lumieres, n'ont pu vaincre la résistance du Cercle : aussi, d'une commune opinion, s'est-on accordé à

regarder cette découverte comme chose absolument impossible, sans en donner des preuves suffisantes. Voici une lettre de M. d'*Alembert*, du 6 Février 1771, qui sert à le constater. « *Je ne connois point, Monsieur, de démonstration rigoureuse de l'impossibilité de la Quadradure définie du Cercle, mais je crois la chose si difficile, que je doute qu'on y parvienne.* Signé D'ALEMBERT ».

Cependant, M. le LE ROHBER-GHERR DE VAUSENVILLE, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris, Professeur de Mathématiques, Historiographe de la ville de Vire, en Basse-Normandie, prétend que non-seulement la chose n'est pas impossible, mais qu'à l'aide des principes dont il se sert, il peut résoudre ce problême en termes généraux dans toute la rigueur géométrique, en marchant par divers chemins, & même il peut en produire une infinité de solutions par la même formule, en se servant successivement de chacun des points qu'on peut considérer dans une circonférence; toutes lesquelles solutions aboutissent à la même conclusion pour la détermination de la circonférence entiere. Il ne se propose pas seulement d'indiquer les moyens d'y pouvoir arriver, mais de démontrer d'une

manière certaine & inconteſtable, l'ordre & l'enchaînement de ſes propoſitions, juſqu'à concluſion définitive, avec la dernière évidence. L'ouvrage eſt tout fait. Il avoue néanmoins, qu'elle eſt indéterminable par les voies qu'on a pratiquées juſqu'ici, leſquelles ne peuvent conduire qu'à des approximations plus ou moins exactes. Cette détermination ſert de *lemme* à la réſolution géométrique du problême des longitudes pour la ſûreté de la Navigation, comme on le verra par la ſuite. Voici comme il s'y prend pour ce qui regarde la Quadrature.

MOYENS DE RÉSOLUTION.

Principe.

Il eſt évident que les deux dimenſions du Cercle ſe prêtent mutuellement à former ſa ſurface, ainſi que le ſolide de la ſphère qui en eſt généré. On a donc droit de conclure, que dans chaque ſolide conſidéré dans la ſphère, il y a néceſſairement autant de modes pour l'exprimer par *le quarré de la circonférence*, qu'il y en a, pour l'exprimer par *le quarré du rayon*. Or, on a trouvé le moyen de les exprimer par le quarré du rayon; il eſt donc poſſible d'arriver à les exprimer par le quarré de la circonférence. Car deux choſes également poſſibles, dont l'une eſt déja trouvée, rend l'autre éga-

lement trouvable; d'où il ſuit néceſſairement que la Quadrature définie du Cercle eſt poſſible: donc, il ne s'agit que d'un peu d'adreſſe & de ſagacité pour la développer : donc....., &c. ce qui eſt évident.

En effet, il réſout ce problême à l'aide d'un ſolide formé par la circonvolution d'un plan autour de l'axe d'une ſphère, en l'exprimant en deux manières différentes; ce qui produit le même effet que feroient deux ſolides égaux, dont l'un ſeroit exprimé par le *quarré du rayon* multiplié par la circonférence, & l'autre par le *quarré de la circonférence* multiplié par le rayon. On ne parle point des Coefficiens, on ſent bien qu'ils ſont tels qu'ils peuvent être, de ſorte que ces expreſſions diverſes du même ſolide étant miſes en équation, fourniſſent des égalités de la même manière que feroient deux théorêmes qui expliqueroient cette ſolidité en termes différens : par-là, il prétend avoir réſolu le problême. De cette façon, tant le rayon que la circonférence du même Cercle reſtent dans l'équation, & on peut déterminer le rapport relatif de l'un à l'autre, ſans que l'équation ſoit ſuſceptible de ſe détruire.

Il ſe propoſe encore, par une formule générale dont il montrera les principes & la conſ-

truction,

truction, de déterminer le *centre de gravité d'un ſecteur circulaire quelconque*, en parties communes du rayon & de la circonférence du même Cercle ; de ſorte qu'en ſubſtituant dans cette formule les grandeurs relatives à la longueur de l'arc, tel que le ſinus droit, le ſinus complément, &c.... on aura dans tous les cas, la *poſition* du centre de gravité de la ſurface d'un ſecteur dont l'arc eſt déterminé, ce que perſonne n'avoit encore pu découvrir.

Eclairciſſement.

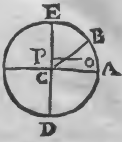
Il eſt certain que le rectangle fait de la ſurface d'un plan quelconque, par la circonférence que décrit ſon centre de gravité, eſt égal au ſolide de circonvolution. Le Père *Guldin* l'a démontré.

Il eſt encore certain que ſi le centre de gravité d'un ſecteur circulaire, eſt déterminé en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle, le ſolide formé par la circonvolution de cette ſurface, ſera exprimé par pluſieurs dimenſions de la même circonférence.

Pour le démontrer, ſoit le demi-cercle EAD, dont la circonvolution autour de l'axe DE, décrit la ſphère en même-temps que le ſecteur

ACB décrit un ſolide ; il eſt queſtion de prouver que ce même ſolide peut être exprimé en deux ſens différens, & ſous différens degrés d'élévation de la même circonférence.

Soit donc, le rayon CA $= x$ & la circonférence qui y eſt correſpondante nommée y. le centre de gravité du ſecteur ACB étant ſuppoſé au point O, la ligne PO en ſera le rayon, que j'exprime par $\frac{xy}{c}$. aux termes de ce qui eſt dit ci-deſſus. Il eſt clair que $x : y :: \frac{xy}{c} : \frac{y^2}{c}$. ainſi le quatrieme terme de cette proportion eſt la circonférence correſpondante au centre de gravité du ſecteur. Je ſuppoſe maintenant que ſon plan ſoit exprimé par $\frac{xy}{d}$. alors le rectangle de $\frac{y^2}{c} \times \frac{xy}{d} = \frac{xy^3}{cd}$ eſt la valeur du ſolide de circonvolution du même ſecteur. Il eſt évident que la grandeur c fait ici fonction de dimenſion, à cauſe de l'expreſſion $PO = \frac{xy}{c}$, qui n'eſt qu'une ligne droite ; c'eſt pourquoi on peut la prendre pour une portion du rayon. Au contraire, la grandeur d eſt numérique, à cauſe que $\frac{xy}{d}$ eſt un plan ; par conſéquent l'expreſſion de ce ſolide peut ſe réduire



à celle-ci $\frac{y^3}{b}$, où la grandeur b eſt numérique : ainſi cette expreſſion contient trois dimenſions de la même circonférence; *ce qu'il falloit démontrer.*

D'ailleurs, il eſt démontré (*Archimède*) que ce même ſolide, eſt égal aux $\frac{2}{3}$ d'un cylindre de même baſe & même hauteur que ce ſecteur. La baſe de ce cylindre eſt $\frac{xy}{2}$. j'appelle m ſa hauteur; ainſi $\frac{mxy}{2}$ en eſt la ſolidité, dont les $\frac{2}{3}$ qui ſont $\frac{2}{3} \times \frac{mxy}{2} = \frac{mxy}{3}$ eſt encore la valeur du même ſolide, ſous une expreſſion où la circonférence n'a qu'une ſeule diſion; il eſt clair que la grandeur m, eſt une portion du rayon.

De l'expreſſion de ce ſolide, en deux manieres différentes, je tire cette équation $\frac{y^3}{b} = \frac{mxy}{3}$. qui ſe réduit à $\frac{y^2}{b} = \frac{mx}{3}$ ou à $3y^2 = bmx$. & à cauſe que m, eſt une portion au rayon, elle peut ſe changer en celle-ci $3y^2 = fx^2$, ou la grandeur f, eſt un coefficient numérique.

On voit par-là, qu'en déterminant le centre de gravité de la ſurface d'un ſecteur, en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle, on doit parvenir à la réſolution,

à moins qu'on ne fît difficulté d'admettre que le rectangle de la surface de ce secteur, par la circonférence que décrit son centre de gravité, fût égal au solide de circonvolution; auquel cas, il conviendroit de le prouver comme je me propose de le faire; mais le père *Guldin* l'a déjà fait.

On ne s'attache pas particulièrement au secteur, car, indépendamment de la connoissance de ce centre de gravité, on peut arriver au même but, par un triangle rectiligne inscrit, ou par tout autre plan, en procédant d'une certaine façon, pour rendre de quelques degrés, l'une de ces expressions plus élevée que l'autre, afin que l'équation puisse subsister: elle se détruit, lorsque les dimensions sont égales de part & d'autre. Au reste, de quelque manière qu'on arrive à l'équation, pourvu qu'on y parvienne par des voies certaines, & qu'elle soit indestructible, je pense qu'on doit arriver à la résolution: c'est donc dans la manière de former ces équations, que gît tout *le secret de la Quadrature*, qui n'est peut-être difficile que parce qu'on a pris des chemins qui conduisent à l'impossibilité d'y pouvoir arriver,

On s'apperçoit aisément que la route qu'on vient d'exposer, n'est que figurée, & que les

grandeurs dont j'ai fait uſage, n'ont aucune réalité, elles ne ſont ici que pour montrer le chemin, ce qui eſt ſuffiſant pour le moment préſent ; & à l'égard des expreſſions, je m'engage également à les développer ſous des formes équivalentes à celles ci-deſſus figurées.

On ne peut douter que la Quadrature du Cercle ne ſoit de la plus grande utilité ; le monde ſavant en convient. On pèut par ſon moyen produire une Géométrie nouvelle ſur les *courbes*, beaucoup plus féconde & plus étendue, que celle qui ſe trouve dans *Euclide*, ſur les lignes *droites* : on peut allier les unes avec les autres, & en faire ſortir une infinité de vérités utiles, inconnues juſqu'ici. Les Géomètres habiles, qui n'ont que la vérité pour guide, la regardent comme le chef-d'œuvre de la Géométrie.

S'il eſt de la gloire de Dieu de cacher les choſes, il eſt de celle des Rois & des Princes de les faire éclorre, pour la gloire de l'humanité, l'accroiſſement des connoiſſances, & l'avantage du genre humain. Ils ſont l'image de la Divinité & de la bienfaiſance. On eſpère qu'ils écarteront, par leur protection, tout ce que l'envie, la jalouſie & la mauvaiſe foi, fondée ſur l'intérêt particulier, peuvent ſug-

gérer contre ladite découverte, afin d'éteindre les lumières de la raiſon, en étouffant par des cabales, le divin préſent dont le Ciel a bien voulu favoriſer les uns, pour le bonheur des autres; Galilée & Deſcartes, &c..... en ont fait la triſte expérience. La Quadrature du Cercle eſt choſe réputée impoſſible, ſur l'inſuffiſance de ceux qui ont couru la même carrière avec diſtinction, mais ſans aucun ſuccès. On l'a mal cherchée, & on ne l'a pu trouver; cependant, *on oſe ſe flater d'y être parvenu*, de la manière la plus générale, la plus certaine & la plus affirmative; mais il a fallu changer de route, en ſe frayant de nouveaux chemins, par des ſentiers inconnus. Il ne reſte donc plus qu'à les montrer, pour en décider. En fait de Géométrie, rien n'eſt illuſoire : avec des yeux, des ſenſations fines & délicates, jointes à une capacité ſuffiſante, on peut voir affirmativement, ſi un Auteur eſt dans l'erreur, ou s'il a raiſon : ce fait eſt ſans replique. Pour le voir, il faut faire abſtraction de toute prévention, ſe captiver à lire, à examiner avec liberté, & enſuite ſe ranger du parti le plus convenable, en décidant avec connoiſſance de cauſe, & non pas juger avec précipitation ſur l'inſuffiſance d'autrui.

Invitation.

Mais, parce que la matière eſt ici très-décriée, que l'opinion donne des qualifications peu méritées à ceux qui s'en occupent, il pourroit bien ſe faire, qu'il y eut un motif ſecret qui ſervît à combattre la Quadrature, *ſous le ſpécieux prétexte d'impoſſibilité.* Ceux qui dirigent l'opinion à leur fantaiſie, ont ſans doute intérêt d'écarter les lecteurs par les préventions qu'ils ſèment dans l'eſprit des perſonnes qui ont la bonne-foi de s'en rapporter à eux; c'eſt pourquoi, il eſt bon de prendre là-deſſus des précautions tendantes à dévoiler la vérité. Ainſi, pour aſſurer les droits de la raiſon d'une manière inconteſtable, diſſiper l'illuſion, & ſe ſouſtraire à l'eſprit de parti, M. de *Vauſenville* prend le Public pour Juge; il *prie* & *invite*, les Savans de toutes Nations, nottamment les *Phyſiciens-Géomètres*, profeſſant dans les *Univerſités*, *Colléges* & *Academies*, de tous les États & Empires, à *cenſurer* hautement & publiquement, par la voie des Journaux, les moyens de réſolution employés dans le préſent Ecrit, pour prononcer avec connoiſſance de cauſe ſur la validité ou invalidité des raiſons qui y ſont expoſées, touchant la poſſibilité de la réſolution, promettant d'en remplir ſtrictement tou-

tes les conditions, dans toute la rigueur géométrique.

A laquelle censure il invite, particulièrement en FRANCE, MM. *d'Alembert* & *de la Lande*; M. *Mauduit*, & autres Professeurs de Mathématiques du Collège Royal; ainsi que M. *Anthelmi*, & autres Professeurs de Mathématiques de l'Ecole Royale Militaire, *à Paris*; MM. Lardillon & l'Abbé Jurin, *à Dijon*; M. Bouillet, *à Beziers*; M. de la Tourette, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences, *à Lyon*; M. Monge, Professeur de Mathématiques, *à Mézières*; les Professeurs de Mathématiques des Universités & Académies du Royaume.

En ITALIE : Les PP. le Seur & Jaquier, *à Rome*; le P. Frisi, Barnabite, *à Milan*; le P. Boscovich, *à Pavie*; le P. Ximenès, *à Florence*; M. Antoine-Marie Lorgno, *à Vérone*; M. Zannoti, Président de l'Institut, *à Boulogne*; de même que les Professeurs de Mathématiques des Républiques de *Venise*, *Gènes*, *Pise*, *Luques*, *Saint-Marin*, & autres Etats d'Italie; les PP. Beraud & Pézenas, *à Avignon*.

En ESPAGNE : D. Georges Juan, Directeur du Collége des Nobles, *à Madrid*; les *Géo-*

mètres & Profeſſeurs de Mathématiques de cette Capitale, ainſi que ceux des Univerſités.

En PORTUGAL : Le P. Chevalier, de l'Oratoire, & D. Jean de Barros, *à Liſbonne* ; les Géomètres & Profeſſeurs de Mathématiques de cette Capitale, ainſi que ceux des Univerſités.

A GENÈVE : M. Mallet, & les Géomètres & Profeſſeurs de Mathématiques de cette République.

En SUISSE : M. Bernouilli, *à Baſle* ; les Géomètres & Profeſſeurs de Mathématiques du Pays des Suiſſes & Griſons.

En POLOGNE : M. le Prince Jablonowski, Palatin de Novo-Grood, ainſi que les Géomètres & Profeſſeurs de Mathématiques dudit Royaume.

En PRUSSE : M. Formey, Secrétaire perpétuel de l'Académie, *à Berlin* ; avec les Géomètres & Profeſſeurs de Mathématiques de Sa Majeſté Pruſſienne, même SA MAJESTÉ, ſi elle veut bien l'agréer.

En HOLLANDE : M. Struik, ou ſon ſucceſſeur, *à Amſterdam* ; M. Allaman, *à Leyde* ; MM. Lulofs & Klinkenberg, *à la Haye* ; ainſi que les Géomètres & Profeſſeurs de Mathématiques des Univerſités des Provinces-unies.

En ANGLETERRE : Milord Jacques Dou-

glas, Comte de Morton, Pair d'Ecosse, Président de la Société Royale, *à Londres*; les Géomètres de la Société Royale, & autres Professeurs Royaux de Mathématiques.

En ALLEMAGNE : Le P. Hell, Mathématicien, Astronome de leurs Majestés Impériales, *à Vienne*; les Géomètres & Professeurs de tous les Etats de l'Empire, ceux de l'Université de *Louvain*, & autres Professeurs de Mathématiques des Etats de la Reine d'Hongrie.

En DANEMARCK & NORWEGE : Tous les Géomètres & Professeurs Royaux de Mathématiques desdits Royaumes.

En SUEDE : MM. Ferner & Wargentin, *à Stokholm*; les Géometres & Professeurs de Mathématiques de cette Capitale; ceux de l'Académie d'*Upsal*, ainsi que ceux des Universités, même SA MAJESTÉ, si elle veut bien l'agréer.

En RUSSIE : M. Euler, *à Saint-Pétersbourg*; les Géomètres & Professeurs de Mathématiques de cette Capitale, ainsi que tous ceux de cet Empire.

De même en TURQUIE, AFRIQUE, &c.

Déclarant que, faute de voir paroître aucune censure dans lesdits Journaux, le silence passera

pour consentement & approbation tacite des moyens de possibilité ci-dessus exposés.

Mais, comme l'Auteur est dans l'intention de faire imprimer les principes & théorêmes qui servent de fondement à la résolution du problême de la Quadrature; de montrer l'expression géométrique, analytique du centre de de gravité d'un secteur circulaire quelconque, en parties communes du rayon & de la circonférence du même cercle, par une formule générale; enfin, de produire différentes solutions du même problême, en marchant par divers chemins; il invite également les mêmes Professeurs à les censurer par la même voie, lorsqu'ils les verront paroître, & à relever hautement toutes les erreurs & les inconséquences qu'ils pourroient remarquer.

On aura soin de se nommer & se faire connoître, même le lieu d'habitation, sans quoi on n'y aura point d'égard.

Déclarant encore, que faute de voir paroître aucune censure dans lesdits Journaux, dans un délai compétent, le silence passera pour consentement & approbation desdits Ouvrages; de sorte que, si on n'y répond rien de valable, la chose passera pour légitime & bien démontrée; conséquemment, bien & duement approuvée. REQUÉRANT les Académies

animées de zèle pour le bien public, l'honneur de l'humanité, & l'avancement des connoiſſances intellectuelles, de dire leur ſentiment par écrit, à charge ou décharge, tant ſur ce qui eſt expoſé ci-deſſus, que ſur ce qui paroîtra par la ſuite. L'Auteur n'a pour but que de dévoiler la vérité.

Il ſe propoſe enſuite de donner la réſolution géométrique du problême des *longitudes*, pour la ſûreté de la Navigation ; de manière que les obſervations à indiquer, faites ſur le vaiſſeau au lieu d'arrivée, feront les quantités données du problême, qui ſerviront à le déterminer. On voudra bien ſuſpendre ſon jugement à cet égard, & ne décider qu'avec connoiſſance de cauſe. *Signé* LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE.

APPROBATION DU CENSEUR.

Lu à Paris, le 17 *Août* 1774. DELALANDE.

Nota. Juſqu'ici perſonne n'a rien repliqué.

INVITATION NOUVELLE.

Les Savants ci-devant dénommés, ſont *derechef* requis, priés & invités, *de Cenſurer cathégoriquement* les Réſolutions expoſées dans cet Ecrit, & de les réfuter, s'il y a lieu, à l'effet d'en rendre la réponſe par les Journaux Littéraires, comme il a été dit.

OBSERVATIONS.

M. LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, eſt Autheur de différents Ouvrages dont on va parler ſuccinctement.

Paſſage de Vénus ſur le Soleil, arrivé au Calendrier Grégorien, le 3 Juin 1769, après-midi.

1°. DÈS l'année 1757, il calcula les fameux paſſages de Vénus ſur le diſque du Soleil, qui ſont arrivés les 6 Juin 1761, & 3 Juin 1769. Ce Phénomène a été obſervé pour la *premiere* fois à Lewerpool & à Mancheſter en Angleterre, par Horocius & Cabſtrius, Aſtronômes Anglais, le 4 Décembre de l'année 1639.

Le *ſecond* paſſage du 6 Juin 1761, avoit été prédit par M. Halley, Aſtronôme du Roi d'Angleterre, dès l'an 1680.

Et *le troiſieme* du 3 Juin 1769, n'avoit été annoncé par qui que ce ſoit en lad. année 1757.

Le *quatrieme* paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, *arrivera* le 6 Décembre 1874, c'eſt-à-dire, plus de 105 années après le précedent.

A l'égard du troiſieme, arrivé le 3 Juin 1769,

dont est ici question, l'Auteur l'a calculé au Méridien de l'Observatoire Royal de PARIS, dont la longitude, depuis l'Isle de Fer, est de 19°. 52'. 18". & sa latitude de 48° 50'. 10".

Et encore au Méridien de la Ville de VIRE en Basse-Normandie, dont la longitude est de 17°. 37'. 56". & sa hauteur de pole de 48° 50'. 15".

Voici les Phases qu'il a déterminées pour ces deux Villes.

	POUR PARIS.	POUR VIRE.
L'attouchement des bords de ♀ & du ☉, à	7.h 10'. 34".	*soir.* 7.h 1'. 38".
Le centre de ♀ au bord du ☉, à	7.h 21'. 23".	7.h 12'. 17".
Le disque de ♀ tout entier sur le ☉, y faisant un angle d'attouchement à . . .	7.h 32'. 46".	7.h 23'. 56".
Le milieu, à	10.h 16'. 24".	10.h 7'. 46".
Le bord oriental de ♀ sort du ☉ le 4 Juin, à	1.h 0'. 15".	*matin.* 0.h 51'. 19".
Le centre de ♀ sort du ☉, à	1.h 11'. 42".	1.h 2'. 46".
Les deux disques se séparent, à	1.h 22'. 51".	1.h 13'. 55".
Durée.		
La durée du passage entier, de	. . . 6.h 12'. 17". . . .	
Celle du centre de ♀, de .	. . . 5.h 50'. 19". . . .	
Celle du disque entier de ♀ de	. . . 5.h 27'. 29". . . .	

Nota. Il n'y a eu à PARIS & VIRE, que les trois premieres Phases de visibles, à cause que le Soleil étoit sous l'horison lors de la quatrieme.

L'Auteur avoit prédit, qu'on ne pourroit retirer aucun fruit des Obſervations de ce paſſage, pour déterminer comme on le ptétendoit, *la diſtance du Soleil à la Terre*, à cauſe que ces Obſervations étoient trop difficiles à faire, qu'ainſi elle ne feroient que produire des incertitudes encore plus grandes, & que l'appareil deſdites Obſervations étoit en pure perte. Le fait s'eſt vérifié nonobſtant l'opinion contraire.

Obſervation faite à VIRE.

Les Phaſes viſibles de ce Phénomène, ont été obſervées à Vire, par M. *Gauthier*, alors Profeſſeur de Philoſophie au Collége de cette Ville.

		Erreurs avec le calcul.
La 1.ere eſt arrivée, à.	7.h 6'. 0".	4'. 22". +
La 2.e, à	7.h 14'. 30".	2'. 13". +
Et la 3.e, à	7.h 23'. 0".	0'. 56". —

REVERBERE.

2°. Le même Auteur a trouvé la conſtruction d'un Réverbère, par une courbure particulière, lequel, à dépenſe égale, ſans éblouir, donne ſix fois plus de lumière que ceux que l'on emploie communément dans cette Capitale : il compte le faire exécuter.

L'ART DE RAYER DES PAPIERS,
Invention Nouvelle.

3°. Il a auſſi trouvé un nouveau moyen de faire des figures *ſemblables*, par une méthode *variable*, *plus prompte que l'impreſſion*, & dont le produit eſt plus beau que la gravure, ce qui forme un *nouvel Art*, par le ſecours duquel, on fait des papiers de *Muſique*, de *Plein-chant*; *Papiers à Regiſtres*, *à états de Régie*; *Papiers figurés*, *encadrés* & *accoladés* : le papier eſt employé à ſec, c'eſt-à-dire, non mouillé comme on eſt obligé de le faire pour l'impreſſion.

Ce *nouvel Art* a été autoriſé par les Lettres-patentes de Sa majeſté LOUIS XVI, Roi de France & de Navarre: elles permettent à l'Auteur d'acheter des papiers blancs, & d'élever Manufacture pour les rayer ou les faire rayer en toutes couleurs; les vendre, faire vendre, exporter & débiter, ſoit en livres ou autrement, par tout le Royaume, même à l'Etranger. Voici les actes d'autoriſation.

Extrait des Regiſtres du Conſeil d'Etat, du 4 Avril 1775, N°. 11.

SUR LA REQUÊTE préſentée au *ROI, en ſon Conſeil, par Meſſire Guillaume* LE ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, *Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences,* Hiſtoriographe

Historiographe de la ville de *Vire*, contenant : qu'il auroit inventé l'art de RAYER ou faire des *figures semblables*, par une méthode variable *plus prompte que l'impression*, approuvée par l'Académie Royale des Sciences, le 3 Septembre 1766, (1) dont copie est ci-jointe. Depuis

(1) Extrait des Registres de l'Academie Royale des Sciences, du 3 Septembre 1766.

« *Nous avons examiné, par ordre de l'Académie, une* » *Méthode variable, pour rayer, par une voie plus prompte* » *que l'impression, toutes sortes de papiers destinés à la* » *musique, au plain-chant, à la fabrication des registres,* » *états, &c.... proposée par M. de Vausenville*, Correspondant de l'Académie. *Cette Méthode, dont l'Auteur* » *avoit déja donné des essais en* 1763, *exige l'usage de* » *deux machines* inventées par M. de Vausenville *; l'une....:* » *l'autre... On voit par-tout ce détail, que le service de* » *cette Machine peut être extrêmement prompt. Nous* » *avons vu manœuvrer M. de Vausenville, & nous sommes* » *persuadés qu'il n'avance rien de trop, quand il assure,* » *d'après ses expériences, qu'un seul homme peut lui seul,* » *par ce moyen, rayer plus de papier, qu'on n'en imprimeroit à une presse qui exige deux hommes.* C'est un » art très-ingénieux, *& nous croyons cette invention* digne de » l'Approbation de l'Académie. *Signés DORTOUS DE* » *MAIRAN & DE FOUCHY. Je certifie le présent* » *extrait conforme à son original & au jugement de l'Academie. A Paris, ce 6 Septembre* 1766. Signé, » *GRANDJEAN-DE-FOUCHY, Secrétaire perpétuel* » *de l'Académie Royale des Sciences* ».

laquelle époque, il y auroit ajouté différents acceſſoires utiles à ſon entière perfection. Et comme la découverte de cette invention lui a coûté des ſommes & un tems conſidérable, & qu'elle eſt très-utile au ſervice & à l'économie des Bureaux & Muſique de Sa Majeſté, en ce que, outre la prompte expédition, le papier eſt employé à ſec ſans recevoir aucune altération : le produit en eſt plus beau & plus correct que la gravure, & dans la révolution de quelques minutes, on y fait de grands états de Régie tout crayonnés, avec titres & accolades, qui coûtent pluſieurs jours à faire à la main dans les Bureaux. Enfin, que les papiers imprimés ne peuvent ſoutenir l'écriture s'ils ne ſont très-forts, à cauſe qu'étant mouillés ils perdent leur colle, ſans compter qu'ils ſe gercent à la preſſe, ce qui les rend coûteux & incommodes pour écrire, ſur-tout lorſqu'ils compoſent des regiſtres : on y voit toujours des parties enfoncées & les autres élevées. Et pour récompenſer ledit Expoſant de ſes peines, frais & travaux dans l'invention dudit Art, il ſupplie, de lui accorder le privilege qui eſt néceſſaire pour le mettre en exercice. A CES CAUSES, requiert le Suppliant, qu'il plaiſe au ROI l'autoriſer d'exercer ledit Art publiquement ; en

conséquence, qu'il lui soit permis d'élever Manufacture, d'acheter des papiers blancs, de les rayer ou faire rayer en toutes couleurs, même en or & argent, les crayonner, les encadrer, & de les mettre en papiers de Musique, Plain-chant, papiers à Registres, à états de Régie, avec titres & accolades, & généralement de les approprier à l'usage du Commerce, Finances & des Arts & Métiers; lui permettre en outre de les vendre, faire vendre, exporter & débiter, soit en livres ou autrement, tant en dedans qu'au dehors du Royaume, ainsi que d'apposer une marque distinctive pour reconnoître ladite manutention, dont l'empreinte soit déposée au Greffe de la Police, ainsi que la description dudit Art, pour y avoir recours si besoin est; ordonner que Lettres-patentes seront expédiées sur l'Arrêt qui interviendra. Vu ladite Requête signée du Suppliant, & les Pièces ci-devant mentionnées y jointes; vu aussi le Certificat des Ingénieurs du Roi en instruments de Mathématiques & autres, du 14 Février 1767 (1), ainsi que le Dictionnaire des

(1) « *Nous soussignés, Ingénieurs du Roi pour les* » *Instruments de Mathématiques, & autres, certifions à qui* » *il appartiendra, que nous n'avons jamais connu d'autres Instruments que la patte ou griffe, pour rayer le papier de musique, & la regle à quatre paralleles pour rayer*

Arts & Métiers, imprimé chez Lacombe, Libraire à Paris, en 1766. OUI le rapport du sieur Turgot, Conseiller ordinaire, & au Conseil Royal, Contrôleur Général des Finances; le ROI, *en son Conseil*, a autorisé & autorise le sieur Guillaume le Rohberg-herr de Vausenville, *Correspondant de l'Académie Royale des Sciences*, à exercer publiquement l'Art de Rayer les papiers par le secours d'une machine de son invention, en achetant, à cet effet, les papiers blancs qui lui seront nécessaires. Lui permet d'établir Manufacture, où il pourra rayer lesdits papiers, ou les faire rayer en toutes couleurs, même en or & argent, les crayonner, encadrer & les mettre en papiers de Musique, Plain-chant, à Registres, à états de Régie, avec titres & accolades, & généralement de les approprier à l'usage du Commerce, des Finances & des Arts & Métiers. Lui permet en outre, Sa Majesté, de les vendre, faire vendre & débiter, soit en livres ou autrement, tant dans l'intérieur qu'au dehors du Royaume, & d'y apposer une marque distinctive pour faire connoitre sa manutention, dont l'empreinte

» *les registres. En foi de quoi nous avons signé le présent*
» *A Paris, ce* 14 *Février* 1767. Signés, LE BAS,
» P. LEMAIRE, DUHAMEL, BERNIER, PASSE-
» MANT, CANIVET, &c.

ſera dépoſée au Greffe de la Police, enſemble la deſcription dudit Art, pour y avoir recours ſi beſoin eſt. Ordonne que ſur le préſent Arrêt, toutes Lettres-patentes ſeront expédiées. Fait au Conſeil d'Etat du Roi, tenu à Verſailles le quatre Avril mil ſept cent ſoixante-quinze. Collationné, *ſigné* DE VOUGNY, avec paraphe.

Lettres-patentes ſur Arrêt, qui permet au ſieur le Rohberg-herr de Vauſenville, d'établir une Manufacture de Papiers rayés.

LOUIS par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre, à nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenant notre Cour de Parlement à Paris, ſalut. Le ſieur Guillaume le ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, *Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences*, Hiſtoriographe de la ville de Vire, Nous a fait expoſer, qu'il auroit inventé l'Art de RAYER ou faire des figures ſemblables, par une méthode *variable plus prompte que l'impreſſion*, approuvée par l'Académie Royale des Sciences, le 3 Septembre 1766. Depuis laquelle époque, il y auroit encore ajouté différents acceſſoires utiles à ſon entière perfection. Et comme la découverte de cette invention lui avoit coûté des ſommes & un tems conſidérable, & qu'elle eſt très-utile au ſervice & à l'economie de nos

Bureaux, en ce que, outre la prompte expédition, le papier eſt employé à ſec, ſans recevoir aucune altération : le produit en eſt plus beau & plus correct que la gravure, & que, dans la révolution de quelques minutes, on y fait de grands états de Régie tout crayonnés, avec titres & accolades, qui coûtent pluſieurs jours à faire à la main dans les Bureaux. Enfin, que les papiers imprimés ne pouvoient ſoutenir l'écriture s'ils ne ſont très-forts, à cauſe qu'étant mouillés, ils perdoient leur colle & ſe gerçoient à la preſſe, ce qui les rendoit coûteux & incommodes pour écrire ; & lorſqu'ils compoſent des Regiſtres, on y voit toujours des parties enfoncées & d'autres élevées. Et voulant récompenſer ledit ſieur le Rohberg-herr de Vauſenville de ſes peines, frais & travaux dans l'invention dudit Art, Nous l'aurions, par Arrêt de notre Conſeil du 4 Avril dernier ; autoriſé d'exercer ledit Art publiquement : en conſéquence, lui aurions permis d'élever Manufacture, d'acheter des papiers blancs, de les rayer ou faire rayer en toutes couleurs, même en or & argent ; les crayonner, les encadrer & de les mettre en papiers de Muſique, Plain-chant, à Regiſtres, à états de Régie, avec titres & accolades, & généralement de

les approprier à l'usage du Commerce, Finances & des Arts & Métiers. Lui avons permis, en outre, de les vendre, faire vendre, exporter & débiter, soit en livres ou autrement, tant au-dedans qu'au dehors de notre Royaume, ainsi que d'apposer une marque distinctive pour reconnoître ladite manutention, dont l'empreinte sera déposée au Greffe de la Police, pour y avoir recours au besoin. Sur lequel Arrêt Nous aurions ordonné que toutes Lettres-patentes seroient expédiées, lesquelles il nous a très-humblement fait supplier de lui accorder. A CES CAUSES, Nous avons, de notre grace spéciale, pleine puissance & autorité Royale, *permis* & *accordé*, & par ces présentes, signées de notre main, *permettons* & *accordons* audit sieur le Rohberg-herr de Vausenville, d'exercer publiquement l'Art de RAYER les papiers par le secours d'une machine de son *invention*, d'acheter, à cet effet, les papiers blancs qui lui seront nécessaires. Lui *permettons* en outre, d'établir *une Manufacture* où il pourra rayer lesdits papiers ou les faire rayer en toutes couleurs, même en or & argent, les crayonner, encadrer & les mettre en papiers de Musique, Plain-chant, à Registres, à états de Régie avec titres & accolades, & généralement de les ap-

proprier à l'usage du Commerce, des Finances & des Arts & Métiers. Lui *permettons* en outre, par ces Présentes, de les vendre, faire *vendre & debiter, soit en livres ou autrement*, tant dans l'intérieur qu'au dehors de notre Royaume, même d'y apposer une marque distinctive pour faire connoître sa manutention, dont l'empreinte sera déposée au Greffe de la Police, ensemble la description dudit Art, pour y avoir recours si besoin est. Si vous mandons que ces Présentes, vous ayez à faire registrer, & du contenu en icelles, faire jouir & user ledit sieur le Rohberg-herr de Vausenville, pleinement & paisiblement, cessant & faisant cesser tous troubles & empêchemens contraires : Car tel est notre plaisir. Donné à Versailles le trente-un Mai, l'an de grace mil sept cent soixante-quinze, & de notre règne, le second. *Signé* LOUIS, & plus bas, par le Roi. *Signé* PHELIPEAUX, & scellé du grand Sceau de cire jaune. Ensuite : *registrées, ce consentant le Procureur Général du Roi, pour jouir par l'Impétrant, de l'effet contenu en icelles, & êtres exécutées selon leur forme & teneur, suivant l'Arrêt de ce jour.* A Paris, en Parlement, le 4 Septembre 1775. *Signé* DUFRANC, Greffier.

ARRÊT d'enregistrement en la Cour du Parlement de Paris, du 4 Septembre 1775.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : au premier Huissier de notre Cour de Parlement, ou autre notre Huissier ou Sergent sur ce requis ; savoir faisons, que vu par notredite Cour les Lettres-patentes du Roi, données à Versailles le 31 Mai 1775. *Signées* LOUIS, & plus bas, par le Roi, PHELIPEAUX, & scellées du grand Sceau de cire jaune, obtenues par Guillaume le ROHBERG-HERR DE VAUSENVILLE, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, Historiographe de la ville de Vire, par lesquelles, pour les causes y contenues, le Seigneur Roi a permis & accordé à l'Impétrant, d'exercer publiquement l'Art de RAYER les papiers, par le secours d'une machine de son invention, d'acheter à cet effet, les papiers blancs qui lui seront nécessaires, & d'établir une Manufacture, où il pourra rayer lesdits papiers, ou les faire rayer en toutes couleurs, même en or & argent, les crayonner, encadrer & mettre en papiers de Musique, Plain-chant, à Registres, à état de Régie, même avec titres & accolades, & généralement les approprier à l'u-

ſage du Commerce, des Finances & des Arts & Métiers. Et en outre, de les vendre, faire vendre & débiter, ſoit en livres ou autrement, tant dans l'intérieur qu'au dehors du Royaume: même d'y appoſer une marque diſtinctive pour faire connoître ſa manutention, dont l'empreinte ſera dépoſée au Greffe de la Police, enſemble la deſcription dudit Art, pour y avoir recours ſi beſoin eſt, ainſi qu'il eſt plus au long contenu eſdites Lettres-patentes à la Cour adreſſantes. Vu enſemble la Requête préſentée à la Cour par ledit Impétrant, afin d'enregiſtrement d'icelles; l'Arrêt rendu ſur les concluſions du Procureur Général du Roi, le premier Juillet 1775, par lequel, avant que de procéder audit Enregiſtrement, la Cour auroit ordonné que les Lettres-patentes du 31 Mai 1775, ſeroient communiquées au Lieutenant Général de Police, & au Subſtitut du Procureur Général du Roi au Châtelet de Paris, pour donner leur avis ſur le contenu deſdites Lettres, leſquelles ſeroient pareillement communiquées à l'Académie Royale des Sciences, pour donner auſſi ſon avis ſur le mérite de la machine à rayer le papier, autoriſée par leſdites Lettres-patentes; pour ſur le tout fait, rapporté & communiqué au Procureur Général du Roi, être par

lui pris telles conclusions, & par la Cour ordonné ce qu'il appartiendroit. Vu l'extrait des Registres de ladite Académie Royale des Sciences, du 15 Juillet 1775, signé *Grand-Jean de Fouchy*, Secrétaire perpétuel de ladite Académie, par lequel appert, que ladite Académie, après avoir, en exécution dudit Arrêt de la Cour, pris communication desdites Lettres-patentes, & sur le rapport fait à l'Académie par les Commissaires par elle nommés à cet effet, ladite Académie auroit observé que lesdites Lettres-patentes ne sont point des Lettres de privilege; qu'elles autorisent seulement l'Impétrant à exercer publiquement l'art de rayer les papiers par une machine de son invention; à établir à cet effet, une Manufacture pour régler des papiers en toutes couleurs, même en or & argent; à faire débiter des papiers de Musique & de Plain-chant, des livres de Registres & états de compte avec titres & accolades, en feuilles ou en livres, &c. que suivant un précédent rapport fait à l'Académie par des Commissaires, le 3 Septembre 1766, des machines & de la maniére d'opérer de l'Impétrant, pour exécuter très-réguliérement & très-promptement, toutes sortes de rayures sur le papier sans le mouiller & sans

lui enlever ſa colle ; cette méthode *avoit paru préférable* à toutes celles qui avoient été pratiquées juſqu'alors pour régler les papiers, ſoit à la main, ſoit à la preſſe ; que ladite Académie en porte le même jugement, & *eſtime* que ladite méthode doit être regardée comme *un nouvel Art* utile au public, & qu'il eſt juſte de faire jouir l'Impétrant, des avantages qu'il pourra tirer de cette invention par le débit des papiers de toute eſpèce, qu'il fera régler par ſa méchanique, & qu'elle ne voit rien qui puiſſe empêcher l'enregiſtrement deſdites Lettres-patentes. Un acte en forme d'avis, donné par le Lieutenant Général de Police, & le Subſtitut du Procureur Général du Roi au Châtelet, par lequel appert que leſdits Officiers, après avoir, en exécution dudit Arrêt de la Cour, pris communication deſdites Lettres-patentes & dudit avis de l'Académie des Sciences, du 15 des même mois & an, ont obſervé à la Cour, que la machine propre à rayer les papiers dont l'Impétrant eſt *l'inventeur*, leur a paru auſſi *utile qu'ingénieuſe*, pour remplir les objets qu'il s'eſt propoſés ; qu'un de ceux qui ſemble le plus digne d'attention, eſt la *prompte expédition* à laquelle cette machine peut concourir ; avantage qui ſur-tout doit intéreſſer tous les Bureaux de Commerce & de Finance.

Qu'il feroit fuperflu d'entrer dans un détail plus particulier à cet égard ; que d'ailleurs ils ne pourroient que répeter & remettre fous les yeux de la Cour, les mêmes obfervations qui font énoncées, tant dans les Lettres-patentes, que dans le certificat de l'Académie des Sciences. Que n'ayant donc rien à ajouter à l'approbation déjà accordée aux fruits des recherches de l'Impétrant, approbation qu'il a *méritée à jufte titre* ; ils eftiment que leur fuffrage en doit être la fuite ; qu'en conféquence, lefdites Lettres-patentes peuvent être enregiftrées fous le bon plaifir de la Cour, pour être exécutées felon leur forme & teneur. Conclufions de M. le Procureur Général du Roi : Oui le rapport de M^e. Jean-Jacques Farjonnel, Confeiller, tout confidéré :

NOTREDITE COUR ordonne que lefdites Lettres-patentes feront regiftrées au Greffe d'icelle, pour jouir par l'Impétrant de leur effet & contenu, & être exécutées felon leur forme & teneur. Si mandons mettre le préfent Arrêt à pleine & entière exécution. Fait & donné en notredite Cour de Parlement, le quatrièm jour de Septembre, l'an de grace mil fept cer foixante-quinze, & de notre règne, le deuxiem Collationné, *Signé* BARRÉ. *Et au-deffous*, pa la Chambre, *Signé* YSABEAU, avec paraphe

Cette Manufacture est la premiere en ce genre : elle a été établie à Paris au gros Caillou, dès l'année 1775. Mais traversée dès le premier instant, par l'infidelité du S.r D.... Associé à icelle, qui a tenté de s'en emparer, & d'en expulser son Auteur, de concert avec les sieur & dame de B....... la dame de M... & consorts, lesquels à force d'intrigues & de chicanes, ont suspendu son effet, jusqu'au 12 Janvier 1778, que par Arrêt de la Cour de Parlement, ladite Société à été dissoute. Elle est rétablie au Fauxbourg St. Denis, où elle est en activité.

MANUFACTURE ROYALE
De Papiers rayés,

Etablie à Paris, rue & Faubourg St. Denis, vis-à-vis les petites Écuries du Roi ; on y fait & fournit en toutes couleurs, grandeurs, formes, marges & caracteres, même crayonnés, encadrés & accoladés.

1°. Des Papiers pour la Musique du Roi & les Spectacles, ainsi que des Papiers pour le Plain-chant.

2°. Des Papiers à états, Papiers figurés en tableaux, & des registres, le tout à l'usage des Bureaux du Roi, & autres Bureaux particuliers.

3°. Des Regiſtres & Papiers, pour la Régie des Maiſons & Domaines des Seigneurs, leurs Intendants & Maître d'Hôtels; pour les Receveurs, Financiers, Greffiers & Gens de Juſtice. Pour les Baptêmes, Mariages, Inhumations & Sacriſties. Pour les Colléges, Séminaires & Maiſons Religieuſes. Pour les Banquiers, Armateurs, Marchands Négociants & Commerçants. Pour les Manufacturiers, ainſi que pour les Arts & Métiers; & généralement pour toutes ſortes d'affaires : le tout arrangé & diſpoſé avec intelligence, chacun pour ſon objet, même ſur Papier timbré.

4°. On exécute avec préciſion tous les modeles qui ſont fournis, & on en tire tel nombre d'Exemplaires, qu'il en eſt déſiré.

5°. On y tient Magaſin de Papier blanc pour l'écriture, l'impreſſion & le deſſein, de même que de Papiers gris, Papiers à enveloppe & d'office, ainſi que de Papiers peints & à tapiſſeries du meilleur goût.

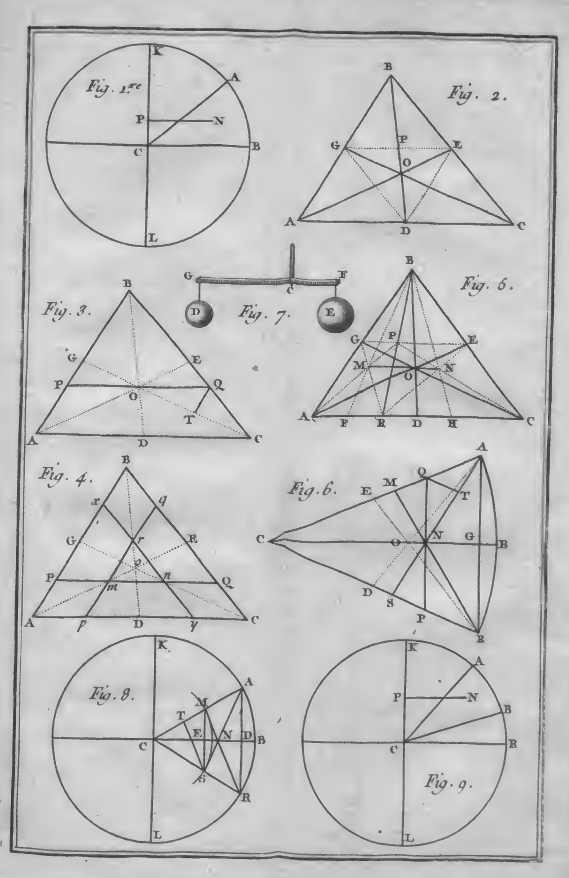
6°. On y tient auſſi Magaſin de tout ce qui concerne l'écriture & le deſſin; comme Encre noire, de la chine & de couleurs; Plumes, Poudres, Cire & Pain à cacheter; Sandaraque, Pinceaux, Crayons, Tablettes; Canifs, Grattoirs, Poinçons, Regles, Compas, Papiers à Lettres; Cartons de Bureau, &c.

7°. On y relie des Livres imprimés & des Regiſtres, avec la plus grande propreté. Enfin, on fournit les Bureaux de tout ce qui eſt néceſſaire, & l'on fait les envois en Province : on peut écrire au Directeur.

FIN.

de Vausenville

De l'Imprimerie de GRANGÉ.



de Vausenville

